

Calculatrice interdite

Le club sportif d'un lycée organise une tombola pour financer un déplacement. Il met en vente 1 000 tickets à 3 € l'unité. La répartition des lots est la suivante :

- 5 tickets gagnent un gros lot de 100 € ;
- 25 tickets gagnent un lot de 20 € ;
- 120 tickets gagnent un lot de 5 € ;
- les autres tickets ne gagnent rien.

Un élève achète un ticket au hasard. On note X le montant, en euros, du lot qu'il obtient.

Partie A : la loi de X **7 points**

- 1) Combien de tickets ne gagnent rien ?
- 2) Quelles sont les valeurs prises par la variable aléatoire X ?
- 3) Dresser la loi de probabilité de X dans un tableau. On donnera les probabilités sous forme décimale.
- 4) Vérifier que la somme des probabilités vaut 1.
- 5) Calculer $P(X \geq 20)$ et interpréter ce résultat par une phrase.
- 6) Calculer l'espérance $E(X)$.

Partie B : le point de vue du joueur et celui du club**7 points**

L'élève a payé son ticket 3 €. On note B son bénéfice, c'est-à-dire la différence entre le lot obtenu et le prix du ticket.

- 1) Exprimer B en fonction de X .
- 2) Calculer $E(B)$ à partir de $E(X)$, sans dresser la loi de B .
- 3) Interpréter $E(B)$ pour un élève qui achèterait un grand nombre de tickets.
- 4) Le jeu est dit *équitable* lorsque $E(B) = 0$. Ce jeu est-il équitable ? Justifier.
- 5) Quel prix du ticket rendrait ce jeu équitable ?
- 6) Si tous les tickets sont vendus, quel bénéfice le club réalise-t-il ? Retrouver ce résultat à partir de $E(B)$.

Partie C : combien de tickets gagnants ?**6 points**

Un ticket est dit *gagnant* s'il rapporte quelque chose. On note p la proportion de tickets gagnants dans l'ensemble des 1 000 tickets.

- 1) Justifier que $p = 0,15$.
- 2) Une classe achète 80 tickets et en trouve 16 gagnants. Calculer la fréquence observée.
- 3) Le club a simulé 500 échantillons de 80 tickets. L'écart-type de la série des 500 fréquences observées vaut $s \approx 0,040$. Calculer les bornes de l'intervalle $]p - 2s ; p + 2s[$.
- 4) La fréquence observée par la classe appartient-elle à cet intervalle ? Cette observation est-elle fréquente ou rare ?
- 5) Une autre classe achète également 80 tickets et n'en trouve **aucun** de gagnant. Calculer la fréquence observée, puis situer l'écart à p en nombre de s . Que peut-on en penser ?
- 6) Un élève affirme : « Comme 15 % des tickets sont gagnants, sur 80 tickets on est sûr d'en avoir au moins un. » Que lui répondre, en s'appuyant sur la question précédente ?