

Calculatrice autorisée

Exercice 1 : Une station de recharge

6 points

Une station comporte quatre bornes de recharge pour véhicules électriques. À un instant donné, on note X le nombre de bornes **libres**. Une étude sur plusieurs mois a permis d'établir la loi de probabilité suivante.

x_i	0	1	2	3	4
$P(X = x_i)$	0,10	0,25	0,30	0,25	0,10

- 1) Vérifier qu'il s'agit bien d'une loi de probabilité.
- 2) Calculer $P(X \geq 2)$ et interpréter ce résultat par une phrase.
- 3) Calculer $P(X \leq 1)$. Que représente cet événement pour un automobiliste qui arrive à la station ?
- 4) Calculer l'espérance $E(X)$ et interpréter ce résultat.
- 5) Chaque borne *occupée* rapporte 3 € par heure à l'exploitant. On note G la recette horaire de la station, en euros.
 - a. Justifier que $G = 12 - 3X$.
 - b. Calculer $E(G)$ et interpréter ce résultat.

Exercice 2 : Vélos en libre-service

6 points

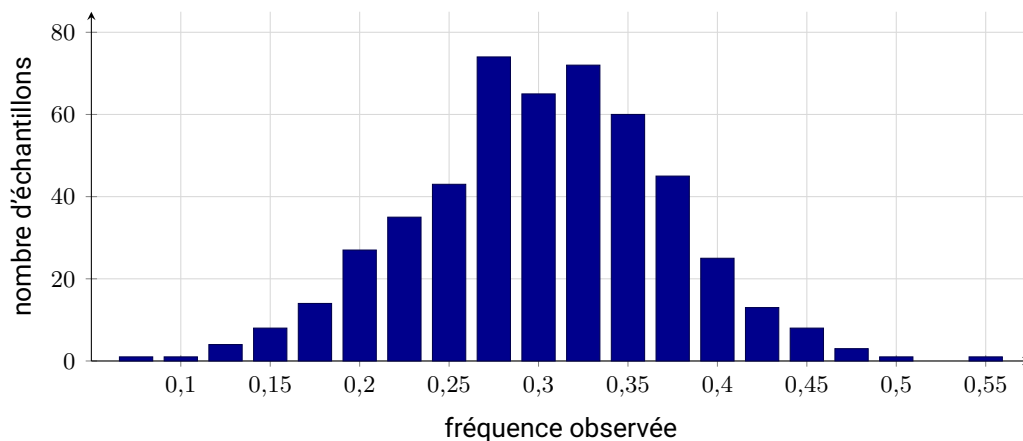
Sur le trajet d'un lycéen se trouvent trois stations de vélos en libre-service. À chaque station, la probabilité qu'un vélo soit disponible est 0,7, indépendamment des autres stations. On note Y le nombre de stations, parmi les trois, où un vélo est disponible.

- 1) On note D l'événement « un vélo est disponible à une station donnée ». Justifier que la variable aléatoire qui vaut 1 si D est réalisé et 0 sinon suit une loi de Bernoulli, et donner son espérance.
- 2) Représenter la situation des trois stations par un arbre de probabilités.
- 3) Calculer $P(Y = 0)$ et $P(Y = 3)$.
- 4) Montrer que $P(Y = 2) = 0,441$.
- 5) En déduire $P(Y = 1)$ sans nouveau calcul d'arbre, puis dresser la loi de probabilité de Y dans un tableau.
- 6) Calculer $E(Y)$ et interpréter ce résultat.

Exercice 3 : Combien de vélos hors service ?

5 points

Dans cette ville, 30 % des vélos du parc sont hors service. Pour vérifier cette annonce, on simule 500 échantillons de 40 vélos choisis au hasard. Pour chaque échantillon, on calcule la fréquence de vélos hors service. L'histogramme ci-dessous donne la répartition de ces 500 fréquences.



L'écart-type de la série de ces 500 fréquences observées vaut $s \approx 0,071$.

- 1) Calculer les bornes de l'intervalle $]p - 2s ; p + 2s[$, arrondies au millième.
- 2) Par lecture de l'histogramme, combien d'échantillons environ ont une fréquence *hors* de cet intervalle ? Quelle proportion cela représente-t-il ?
- 3) Un contrôleur prélève un échantillon de 40 vélos et en trouve 9 hors service. Calculer la fréquence observée, puis situer cet écart à p en nombre de s .
- 4) Cette observation est-elle fréquente ou rare au vu de la simulation ? Justifier.
- 5) Un second contrôleur trouve 23 vélos hors service sur 40. Répondre à la même question, puis dire ce qu'il serait raisonnable de faire.

Exercice 4 : Vrai ou faux ?

3 points

Pour chaque affirmation, indiquer si elle est vraie ou fausse en justifiant la réponse.

- 1) **Affirmation 1** : l'espérance d'une variable aléatoire est toujours une valeur que cette variable peut prendre.
- 2) **Affirmation 2** : si $Z = 2X + 5$, alors $E(Z) = 2E(X) + 5$.
- 3) **Affirmation 3** : plus la taille n des échantillons est grande, plus les fréquences observées se dispersent autour de p .