

Exercice 1 : Automatismes (QCM)

4 points

- 1) **Réponse c.** Un événement et son contraire se partagent la totalité : $P(\overline{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,3 = 0,7$.
- 2) **Réponse b.** La probabilité d'un chemin s'obtient en multipliant les probabilités portées par ses branches. (On additionne en revanche les probabilités de plusieurs chemins distincts.)
- 3) **Réponse a.** Chaque personne ayant la même probabilité d'être choisie : $\frac{10}{40} = \frac{1}{4} = 0,25$.
- 4) **Réponse b.** L'événement écrit en indice est celui que l'on suppose réalisé : $P_A(B)$ est la probabilité de B sachant que A est réalisé. L'ensemble de référence est restreint à A .
- 5) **Réponse d.** Les épreuves étant indépendantes, on multiplie : $0,1 \times 0,1 = 0,01$.

Exercice 2 : Sport en club et internat

5 points

- 1) Les externes sont $200 - 80 = 120$. On complète ensuite chaque ligne par différence.

	Sport (S)	Pas de sport ($\overline{S}$)	Total
Interne (I)	60	20	80
Externe ($\overline{I}$)	30	90	120
Total	90	110	200

- 2) Chaque élève ayant la même probabilité d'être choisi :

$$P(I) = \frac{80}{200} = 0,4, \quad P(S) = \frac{90}{200} = 0,45, \quad P(I \cap S) = \frac{60}{200} = 0,3.$$

- 3) On restreint l'ensemble de référence à chaque groupe :

$$P_I(S) = \frac{60}{80} = 0,75, \quad P_{\overline{I}}(S) = \frac{30}{120} = 0,25.$$

- 4) Dans l'ensemble du lycée, 45 % des élèves pratiquent un sport en club. Cette proportion monte à 75 % chez les internes et descend à 25 % chez les externes. Savoir qu'un élève est interne change donc nettement la probabilité qu'il pratique un sport : les deux caractères sont liés dans ce lycée. On peut l'interpréter : un interne reste sur place le soir, ce qui facilite l'inscription en club.

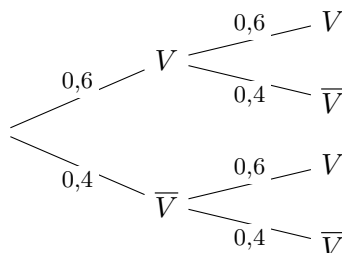
- 5) On restreint cette fois aux 90 sportifs : $P_S(I) = \frac{60}{90} = \frac{2}{3} \approx 0,667$.

Les deux probabilités comptent les mêmes 60 élèves, mais ne les rapportent pas au même ensemble : $P_I(S)$ divise par les 80 internes, $P_S(I)$ par les 90 sportifs. Ce sont deux questions différentes – « quelle part des internes fait du sport ? » et « quelle part des sportifs est interne ? » – et rien n'impose que leurs réponses coïncident.

Exercice 3 : Deux feux tricolores

5 points

- 1) On note V « le feu est vert », de probabilité 0,6, et $\bar{V}$ l'événement contraire, de probabilité $1 - 0,6 = 0,4$.



- 2) Les deux feux étant indépendants, on multiplie le long du chemin :

$$P(\text{les deux verts}) = 0,6 \times 0,6 = \boxed{0,36}.$$

- 3) $P(\text{aucun vert}) = 0,4 \times 0,4 = \boxed{0,16}$.

- 4) Deux chemins conviennent : vert puis non vert, ou non vert puis vert.

$$P(\text{exactement un vert}) = 0,6 \times 0,4 + 0,4 \times 0,6 = 0,24 + 0,24 = \boxed{0,48}.$$

- 5) $0,36 + 0,16 + 0,48 = \boxed{1}$.

C'était prévisible : les trois événements « deux verts », « aucun vert » et « exactement un vert » s'excluent deux à deux et couvrent toutes les situations possibles. Il n'existe pas d'autre cas, puisque le nombre de feux verts ne peut valoir que 0, 1 ou 2. La somme de leurs probabilités vaut donc nécessairement 1 – c'est d'ailleurs un bon moyen de vérifier les trois calculs.

Exercice 4 : Trois jours de bus

6 points

On note R l'événement « le bus est en retard », de probabilité 0,2, et $\bar{R}$ son contraire, de probabilité 0,8.

- 1) Chaque jour ouvre deux branches, donc l'arbre comporte $2 \times 2 \times 2 = \boxed{8 \text{ chemins}}$.

- 2) Un seul chemin correspond à trois jours sans retard :

$$P(\text{aucun retard}) = 0,8 \times 0,8 \times 0,8 = 0,8^3 = \boxed{0,512}.$$

- 3) « Au moins un retard » est l'événement contraire de « aucun retard » :

$$P(\text{au moins un}) = 1 - 0,512 = \boxed{0,488}.$$

- 4) Trois chemins conviennent, selon le jour du retard, et chacun a la même probabilité $0,2 \times 0,8 \times 0,8 = 0,128$:

$$P(\text{exactement un}) = 3 \times 0,128 = \boxed{0,384}.$$

- 5) $P(\text{trois retards}) = 0,2^3 = \boxed{0,008}$.

- 6) L'affirmation confond une **moyenne** et une **certitude**. Il est exact qu'en moyenne, sur de longues périodes, le bus est en retard un jour sur cinq, et donc en moyenne 0,6 jour sur trois. Mais cela ne dit rien de ce qui se passera sur trois jours précis.

Les calculs précédents le montrent : la probabilité d'exactly un retard n'est que de 0,384, soit moins de deux fois sur cinq. Le cas le plus fréquent est même *aucun* retard, avec 0,512, soit plus d'une fois sur deux. Et il reste 0,008 de chances que le bus soit en retard les trois jours.

Une probabilité décrit la fréquence d'un événement sur un très grand nombre de répétitions ; elle ne prédit jamais le résultat d'un petit nombre d'essais.