

Calculatrice autorisée

Exercice 1 : Calculs sous forme algébrique

5 points

On considère les nombres complexes $z_1 = 2 + 3i$ et $z_2 = 1 - i$.

- 1) Calculer $z_1 + z_2$ et $z_1 \times z_2$ sous forme algébrique.
- 2) Calculer z_1^2 sous forme algébrique.
- 3) Écrire $\frac{z_1}{z_2}$ sous forme algébrique.
- 4) Calculer $|z_1|$ et $|z_2|$ (valeurs exactes), puis en déduire $|z_1 \times z_2|$ sans repasser par le résultat de la question 1.
- 5) Vérifier ce dernier résultat en calculant directement le module du *produit* obtenu à la question 1.

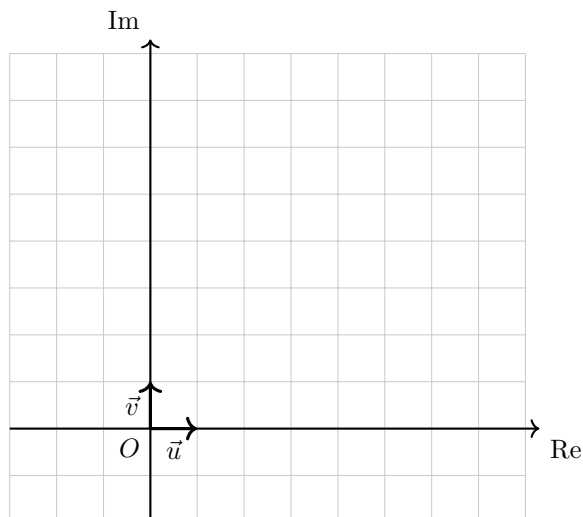
Exercice 2 : Dans le plan complexe

5 points

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$. On considère les points A, B et C d'affixes respectives

$$z_A = 1 + 2i, \quad z_B = 5 + 4i, \quad z_C = 3 + 6i.$$

- 1) Placer les points A, B et C dans le repère ci-dessous.
- 2) Déterminer l'affixe du vecteur $\overrightarrow{AB}$, puis calculer la distance AB (valeur exacte).
- 3) Calculer les distances AC et BC . En déduire la nature du triangle ABC .
- 4) Déterminer l'affixe du point D tel que $ABCD$ soit un parallélogramme, puis placer D .
- 5) On note $\mathcal{E}$ l'ensemble des points M d'affixe z tels que $|z - 1 - 2i| = 3$. Interpréter géométriquement cette égalité, puis tracer $\mathcal{E}$ sur la figure.



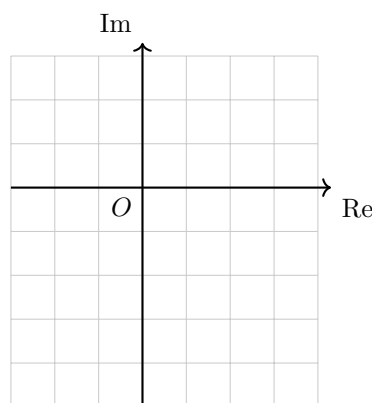
Exercice 3 : Forme trigonométrique

7 points

On rappelle que tout nombre complexe non nul z s'écrit sous forme trigonométrique

$$z = r (\cos \theta + i \sin \theta), \quad \text{avec } r = |z| \text{ et } \theta \text{ un argument de } z.$$

- 1) Déterminer le module et un argument de $z_3 = -1 + i\sqrt{3}$, puis écrire z_3 sous forme trigonométrique.
- 2) Même question pour $z_4 = -4i$.
- 3) Même question pour $z_5 = 3 - 3i$.
- 4) Placer les points d'affixes z_3 , z_4 et z_5 dans le repère ci-dessous, et vérifier que les arguments trouvés sont cohérents avec leur position.



- 5) On donne $z_6 = 2 \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right)$. Écrire z_6 sous forme algébrique.
- 6) Déterminer le module de $z_3 \times z_5$ sans calculer ce produit.

Exercice 4 : Vrai ou faux?

3 points

Pour chaque affirmation, indiquer si elle est vraie ou fausse en justifiant la réponse.

- 1) **Affirmation 1** : pour tout nombre complexe z , le produit $z \times \bar{z}$ est un nombre réel positif.
- 2) **Affirmation 2** : si $|z| = 1$, alors $z = 1$ ou $z = -1$.
- 3) **Affirmation 3** : le nombre $(2 - i)^2$ a pour partie réelle 4.