

Calculatrice interdite

Exercice 1 : Automatismes (QCM)

4 points

Pour chaque question, une seule réponse est exacte. Recopier le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée; une réponse fausse ou absente ne retire pas de point.

- 1) Pour $\vec{u} \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$, le produit scalaire $\vec{u} \cdot \vec{v}$ vaut :
 a) 5 b) 11 c) -5 d) 8
- 2) La norme du vecteur $\vec{w} \begin{pmatrix} 6 \\ 8 \end{pmatrix}$ est :
 a) 14 b) 48 c) 10 d) 100
- 3) Dire que $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$, avec $\vec{u}$ et $\vec{v}$ non nuls, signifie que :
 a) $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires b) $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont orthogonaux
 c) $\vec{u} = \vec{v}$ d) $\|\vec{u}\| = \|\vec{v}\|$
- 4) Si $\|\vec{u}\| = 2$, $\|\vec{v}\| = 3$ et si l'angle entre $\vec{u}$ et $\vec{v}$ mesure 60° , alors $\vec{u} \cdot \vec{v}$ vaut :
 a) 6 b) 3 c) 5 d) $3\sqrt{3}$
- 5) Pour tout vecteur $\vec{u}$, le produit scalaire $\vec{u} \cdot \vec{u}$ est égal à :
 a) 0 b) $\|\vec{u}\|$ c) $2\|\vec{u}\|$ d) $\|\vec{u}\|^2$

Exercice 2 : Calculs en repère orthonormé

5 points

Le plan est muni d'un repère orthonormé. On considère les points $A(1; 1)$, $B(5; 3)$ et $C(0; 4)$.

- 1) Déterminer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.
- 2) Calculer $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$.
- 3) Calculer les valeurs exactes des longueurs AB et AC .
- 4) Le triangle ABC est-il rectangle en A ? Justifier.
- 5) Soit D le point de coordonnées $(3; -3)$. Démontrer que les droites (AB) et (AD) sont perpendiculaires.

Exercice 3 : Un triangle aux mesures exactes

6 points

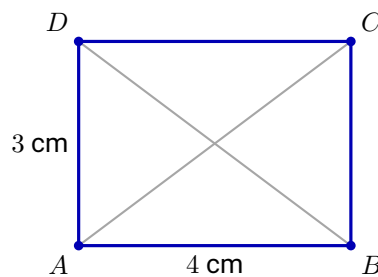
Soit ABC un triangle tel que $AB = 5$ cm, $AC = 8$ cm et $\widehat{BAC} = 60^\circ$.

- 1) Calculer la valeur exacte de $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$.
- 2) À l'aide du théorème d'Al-Kashi, démontrer que $BC = 7$ cm.
- 3) En appliquant à nouveau le théorème d'Al-Kashi, montrer que $\cos \widehat{ABC} = \frac{1}{7}$.
- 4) L'angle $\widehat{ABC}$ est-il aigu ou obtus? Justifier sans calculatrice.
- 5) On construit le parallélogramme $ABDC$ de diagonales $[AD]$ et $[BC]$. En utilisant l'égalité $AD^2 + BC^2 = 2(AB^2 + AC^2)$, déterminer la valeur exacte de AD .

Exercice 4 : Dans un rectangle

5 points

$ABCD$ est un rectangle tel que $AB = 4$ cm et $AD = 3$ cm.



- 1) Calculer $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}$. Justifier sans calcul de coordonnées.
- 2) On se place dans le repère orthonormé $\left(A; \frac{1}{4}\overrightarrow{AB}, \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}\right)$, dans lequel $A(0; 0)$, $B(4; 0)$, $C(4; 3)$ et $D(0; 3)$. Déterminer les coordonnées de $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BD}$.
- 3) Calculer $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$, puis retrouver ce résultat en projetant orthogonalement $\overrightarrow{AC}$ sur la droite (AB) .
- 4) Calculer la valeur exacte de AC , puis celle de $\cos \widehat{BAC}$.
- 5) Calculer $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD}$. Les diagonales de ce rectangle sont-elles perpendiculaires?