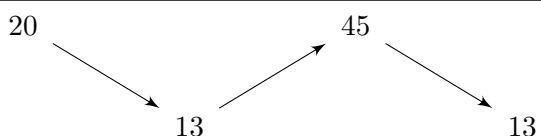


Partie A : les variations du vol

7 points

- 1) $h(0) = \boxed{20}$. Au début du vol, à l'instant $t = 0$, le drone se trouve à 20 mètres d'altitude : c'est la hauteur du toit sur lequel il était posé.
- 2) On dérive terme à terme : la dérivée de $-t^3$ est $-3t^2$, celle de $9t^2$ est $18t$, celle de $-15t$ est -15 , et celle de la constante 20 est 0. D'où $h'(t) = -3t^2 + 18t - 15$.
- 3) On développe l'expression proposée : $-3(t-1)(t-5) = -3(t^2 - 5t - t + 5) = -3(t^2 - 6t + 5) = -3t^2 + 18t - 15$. C'est bien $h'(t)$.
- 4) Le facteur -3 est négatif ; $t - 1$ s'annule en 1 et $t - 5$ en 5. Sur $[0 ; 1[$ les deux parenthèses sont négatives, leur produit est positif, donc $h'(t) < 0$. Sur $]1 ; 5[$ le produit est négatif, donc $h'(t) > 0$. Sur $]5 ; 7]$ le produit est de nouveau positif, donc $h'(t) < 0$.
- 5)

t	0	1	5	7		
$h'(t)$		$-$	0	$+$	0	$-$
h	20			45		13



Valeurs utilisées : $h(1) = -1 + 9 - 15 + 20 = 13$, $h(5) = -125 + 225 - 75 + 20 = 45$ et $h(7) = -343 + 441 - 105 + 20 = 13$.

- 6) D'après le tableau, l'altitude maximale est atteinte à l'instant $t = 5 \text{ min}$ et vaut $\boxed{45 \text{ m}}$.

Partie B : vitesse de montée et tangentes

7 points

- 1) $h'(2) = -3 \times (2-1) \times (2-5) = -3 \times 1 \times (-3) = \boxed{9}$. À l'instant $t = 2 \text{ min}$, le drone **monte** à la vitesse de 9 mètres par minute.
- 2) $h'(6) = -3 \times (6-1) \times (6-5) = -3 \times 5 \times 1 = \boxed{-15}$. À l'instant $t = 6 \text{ min}$, la vitesse verticale est négative : le drone **descend**, à raison de 15 mètres par minute.
- 3) $h(2) = -8 + 36 - 30 + 20 = \boxed{18}$. La tangente au point d'abscisse 2 a pour équation $y = h'(2)(t-2) + h(2)$, soit $y = 9(t-2) + 18 = 9t - 18 + 18$. D'où $y = 9t$.
- 4) $h'(1) = -3 \times 0 \times (-4) = \boxed{0}$ et $h'(5) = -3 \times 4 \times 0 = \boxed{0}$. La vitesse verticale est nulle à ces deux instants : le drone ne monte ni ne descend, il **change de sens**. En $t = 1$ il cesse de descendre pour monter (altitude minimale), en $t = 5$ il cesse de monter pour descendre (altitude maximale).
- 5) Le taux de variation de h entre 1 et 5 vaut

$$\frac{h(5) - h(1)}{5 - 1} = \frac{45 - 13}{4} = \frac{32}{4} = \boxed{8}.$$

Le drone a donc monté de 8 mètres par minute **en moyenne** sur cette phase, alors qu'à l'instant précis $t = 2$ il montait à 9 mètres par minute. Les deux nombres diffèrent parce que le taux de variation mesure une vitesse *moyenne* sur tout un intervalle (c'est la pente de la sécante entre les deux points), tandis que le nombre dérivé mesure la vitesse *instantanée* à un moment donné (c'est la pente de la tangente en ce point).

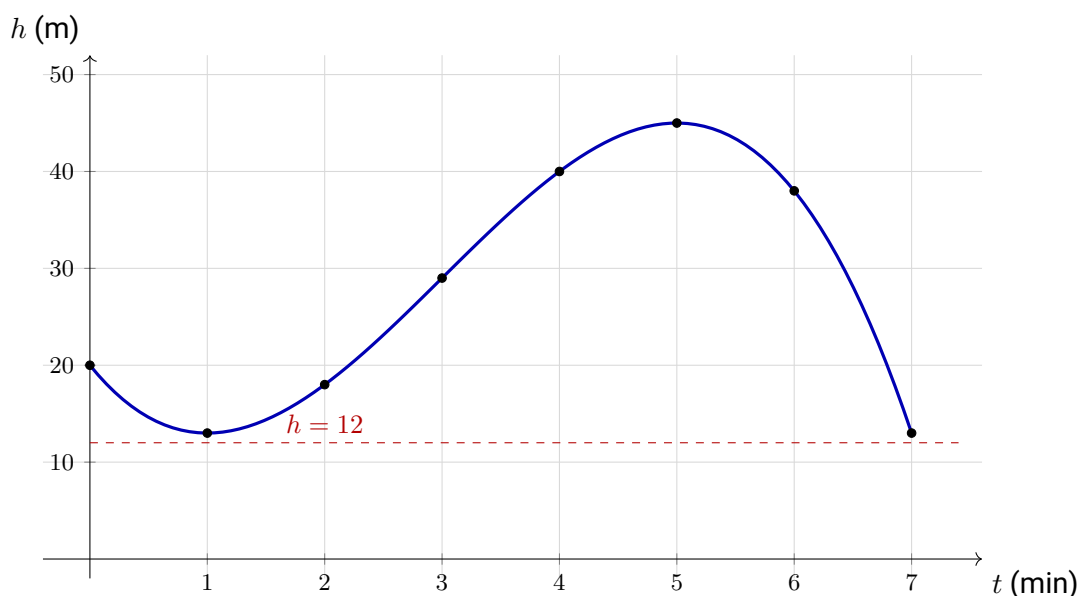
Partie C : exploitation du modèle

6 points

1)

t	0	1	2	3	4	5	6	7
$h(t)$	20	13	18	29	40	45	38	13

- 2) La courbe descend de (0 ; 20) à (1 ; 13), remonte jusqu'à (5 ; 45) en passant par (2 ; 18), (3 ; 29) et (4 ; 40), puis redescend vers (6 ; 38) et (7 ; 13).



- 3) D'après le tableau de variations, le minimum de h sur $[0 ; 7]$ est atteint en $t = 1$ et en $t = 7$, et vaut 13 mètres. Comme $13 > 12$, l'altitude reste supérieure à 12 mètres pendant tout le vol : la contrainte est respectée. C'est bien le tableau de variations qui permet de l'affirmer : il garantit qu'aucune autre valeur de h n'est plus basse, ce qu'un simple tableau de valeurs ne prouverait pas.
- 4) L'affirmation est **fausse**. Il est exact que le drone termine son vol plus bas qu'il ne l'a commencé, puisque $h(7) = 13 < 20 = h(0)$: le bilan global du vol est une descente de 7 mètres. Mais comparer les deux altitudes extrêmes ne dit rien de ce qui s'est passé entre les deux. Le tableau de variations montre trois phases : le drone descend de $t = 0$ à $t = 1$, puis **monte** de $t = 1$ à $t = 5$, gagnant 32 mètres et atteignant 45 mètres, et enfin redescend jusqu'à la fin du vol. Le technicien confond la variation totale entre les deux extrémités et le sens de variation de la fonction.