

Partie A : le modèle linéaire

7 points

- 1) $a(1) = 420 + 30 = 450$ adhérents et $a(2) = 450 + 30 = 480$ adhérents.
- 2) Chaque année, on ajoute 30 adhérents au nombre de l'année précédente : $a(n+1) = a(n) + 30$.
On passe d'un terme au suivant en ajoutant toujours le même nombre, donc la suite a est arithmétique de raison 30.
- 3) Une suite arithmétique de premier terme $a(0)$ et de raison r s'écrit $a(n) = a(0) + nr$, d'où $a(n) = 420 + 30n$.
- 4) L'année 2030 correspond à $n = 2030 - 2024 = 6$. Or $a(6) = 420 + 30 \times 6 = 600$ adhérents.
- 5) On cherche le plus petit entier n tel que $a(n) > 700$, c'est-à-dire $420 + 30n > 700$, soit $30n > 280$, donc $n > \frac{280}{30} \approx 9,33$. Le plus petit entier convenable est $n = 10$: on vérifie $a(9) = 690 \leq 700$ et $a(10) = 720 > 700$. La limite serait dépassée en 2034.

Partie B : le modèle en pourcentage

7 points

- 1) Augmenter de 6 %, c'est ajouter $\frac{6}{100}$ de la quantité à elle-même : on obtient $100 + 6 = 106$ % de la valeur de départ. Le coefficient multiplicateur est donc $\frac{106}{100} = 1,06$.
- 2) $b(1) = 420 \times 1,06 = 445,2 \approx 445$ adhérents et $b(2) = 445,2 \times 1,06 = 471,912 \approx 472$ adhérents.
- 3) On multiplie toujours par le même nombre 1,06 : la suite b est géométrique de raison 1,06, et $b(n) = b(0) \times 1,06^n$, soit $b(n) = 420 \times 1,06^n$.
- 4) Le premier terme est positif et la raison vérifie $1,06 > 1$: chaque terme est plus grand que le précédent, donc la suite b est croissante.
- 5) Pour $n = 6$: $b(6) = 420 \times 1,06^6 = 420 \times 1,418\,519 \dots \approx 596$ adhérents en 2030.
- 6) On calcule les termes successifs : $b(8) \approx 669$ et $b(9) \approx 710$. Le nombre d'adhérents dépasse 700 pour la première fois au rang $n = 9$, c'est-à-dire en 2033.

Partie C : comparer les deux modèles

6 points

1)

n	0	1	2	3	4	5	6	7
$a(n)$	420	450	480	510	540	570	600	630
$b(n)$	420	445	472	500	530	562	596	632

2) Jusqu'au rang 6, le modèle linéaire donne toujours un peu plus d'adhérents (600 contre 596 en 2030). Au rang 7, l'ordre s'inverse : $b(7) \approx 632 > a(7) = 630$. Le modèle en pourcentage prévoit donc plus d'adhérents à partir de 2031.

3) Chaque tour de boucle fait passer une année : on ajoute 30 au premier modèle et on multiplie le second par 1,06.

```
a = 420
b = 420
n = 0
while b <= a :
    a = a + 30
    b = b * 1.06
    n = n + 1
print(2024 + n)
```

4) L'affirmation est **exacte sur les premières années, mais trompeuse sur le fond**. Le tableau montre en effet un écart très faible au début : 450 contre 445, puis 480 contre 472, puis 510 contre 500. Les deux suites ne sont pourtant pas de même nature. La suite a est arithmétique : elle ajoute chaque année le même nombre, 30. La suite b est géométrique de raison supérieure à 1 : elle ajoute chaque année 6 % d'un effectif qui, lui, grandit, donc son augmentation annuelle grandit aussi (25 adhérents la première année, déjà 36 la septième). L'écart finit donc par s'inverser, puis par se creuser : dès 2031 le second modèle passe devant, et la limite de 700 adhérents est atteinte un an plus tôt (2033 au lieu de 2034). Le choix du modèle change bien les décisions du club.