

Calculatrice autorisée

Un club sportif comptait 420 adhérents en 2024. Pour prévoir ses besoins, le club étudie deux modèles d'évolution du nombre d'adhérents. Dans tout le sujet, n désigne le nombre d'années écoulées depuis 2024; ainsi $n = 0$ correspond à 2024.

Partie A : le modèle linéaire

7 points

Dans ce premier modèle, le club gagne 30 adhérents chaque année. On note $a(n)$ le nombre d'adhérents prévu l'année $2024 + n$; ainsi $a(0) = 420$.

- 1) Calculer $a(1)$ et $a(2)$.
- 2) Exprimer $a(n+1)$ en fonction de $a(n)$. Quelle est la nature de la suite a ? Préciser sa raison.
- 3) Exprimer $a(n)$ en fonction de n .
- 4) Combien d'adhérents ce modèle prévoit-il en 2030?
- 5) La salle du club ne peut pas accueillir plus de 700 adhérents. Déterminer, avec ce modèle, la première année où cette limite serait dépassée.

Partie B : le modèle en pourcentage

7 points

Dans ce second modèle, le nombre d'adhérents augmente de 6 % chaque année. On note $b(n)$ le nombre d'adhérents prévu l'année $2024 + n$; ainsi $b(0) = 420$.

- 1) Justifier que le coefficient multiplicateur associé à une hausse de 6 % est 1,06.
- 2) Calculer $b(1)$ et $b(2)$, arrondis à l'unité.
- 3) Donner la nature de la suite b et sa raison, puis exprimer $b(n)$ en fonction de n .
- 4) Donner le sens de variation de la suite b en justifiant.
- 5) Combien d'adhérents ce modèle prévoit-il en 2030? Arrondir à l'unité.
- 6) Déterminer, avec ce modèle, la première année où la limite de 700 adhérents serait dépassée.

Partie C : comparer les deux modèles

6 points

- 1) Recopier et compléter le tableau suivant. Les valeurs de $b(n)$ seront arrondies à l'unité.

n	0	1	2	3	4	5	6	7
$a(n)$	420							
$b(n)$	420							

- 2) À partir de quelle année le modèle en pourcentage prévoit-il plus d'adhérents que le modèle linéaire?
- 3) Le programme Python ci-dessous détermine cette même année. Recopier et compléter les deux lignes manquantes.

```

a = 420
b = 420
n = 0
while b <= a :
    a = ...
    b = ...
    n = n + 1
print(2024 + n)

```

- 4) Le président du club affirme : « Sur les trois premières années, les deux modèles donnent presque la même chose; les choisir l'un ou l'autre ne change rien. » Que penser de cette affirmation? Justifier en s'appuyant sur le tableau et sur la nature des deux suites.