

Exercice 1 : Deux suites, deux formules

5 points

- 1) Pour passer de $u(0)$ à $u(3)$, on ajoute trois fois la raison : $u(3) = u(0) + 3 \times 4$. Donc $u(0) = 17 - 12 = 5$. Une suite arithmétique de premier terme $u(0)$ et de raison r s'écrit $u(n) = u(0) + nr$, d'où $u(n) = 5 + 4n$.
- 2) $u(20) = 5 + 4 \times 20 = 85$.
- 3) $5 + 4n = 101$ donne $4n = 96$, soit $n = 24$: le terme égal à 101 est celui de rang 24.
- 4) Une suite géométrique de premier terme $v(0)$ et de raison q s'écrit $v(n) = v(0) \times q^n$, donc $v(n) = 5 \times 2^n$. Ainsi $v(10) = 5 \times 1024 = 5120$.
- 5) On cherche $5 \times 2^n > 10\,000$, c'est-à-dire $2^n > 2000$. Or $2^{10} = 1024$ et $2^{11} = 2048$: le plus petit entier convenable est $n = 11$, et $v(11) = 10\,240$.

Exercice 2 : La valeur d'une machine

6 points

- 1) Diminuer de 18 %, c'est retirer $\frac{18}{100}$ de la valeur, donc en conserver $100 - 18 = 82\%$. Le coefficient multiplicateur est $\frac{82}{100} = 0,82$.
- 2) $m(1) = 24\,000 \times 0,82 = 19\,680$ € et $m(2) = 19\,680 \times 0,82 = 16\,137,60$ €.
- 3) On passe d'un terme au suivant en multipliant toujours par le même nombre 0,82 : la suite m est donc géométrique de raison 0,82, et $m(n) = m(0) \times 0,82^n$, soit $m(n) = 24\,000 \times 0,82^n$.
- 4) Le premier terme est positif et la raison vérifie $0 < 0,82 < 1$: chaque terme est plus petit que le précédent, donc la suite m est décroissante. C'est cohérent avec la situation : la machine perd de la valeur.
- 5) $m(5) = 24\,000 \times 0,82^5 = 24\,000 \times 0,370\,739 \dots \approx 8\,898$ €.
- 6) a. Chaque tour de boucle fait passer une année : on multiplie la valeur par 0,82 et on ajoute 1 au compteur.

```
m = 24000
n = 0
while m >= 10000 :
    m = m * 0.82
    n = n + 1
print(n)
```

- b. On calcule les valeurs successives : $m(3) \approx 13\,233$ €, $m(4) \approx 10\,851$ €, $m(5) \approx 8\,898$ €. La valeur passe sous 10 000 € pour la première fois au bout de 5 ans : c'est ce qu'affiche le programme.

Exercice 3 : Deux propositions de salaire

6 points

- 1) Proposition A, on ajoute 60 : $a(1) = 1\,500 + 60 = 1\,560$ € et $a(2) = 1\,560 + 60 = 1\,620$ €. Proposition B, on multiplie par 1,03 : $b(1) = 1\,500 \times 1,03 = 1\,545$ € et $b(2) = 1\,545 \times 1,03 = 1\,591,35$ €.
- 2) On ajoute toujours le même nombre à A : la suite a est arithmétique de raison 60. On multiplie toujours par le même nombre à B : la suite b est géométrique de raison 1,03.
- 3) $a(n) = 1\,500 + 60n$ et $b(n) = 1\,500 \times 1,03^n$.
- 4) $a(10) = 1\,500 + 600 = 2\,100$ € et $b(10) = 1\,500 \times 1,03^{10} \approx 1\,500 \times 1,3439 \approx 2\,015,87$ €. Comme $2\,100 > 2\,015,87$, c'est la proposition A qui est la plus avantageuse au bout de 10 ans.
- 5) En prolongeant le tableau de valeurs : pour $n = 19$, $a(19) = 2\,640$ € et $b(19) \approx 2\,630,26$ € (A devant) ; pour $n = 20$, $a(20) = 2\,700$ € et $b(20) \approx 2\,709,17$ € (B devant). La proposition B devient plus avantageuse au bout de 20 ans.
- 6) La proposition A ajoute chaque année le même montant, 60 €, alors que la proposition B ajoute 3 % d'un salaire qui, lui, ne cesse d'augmenter : l'augmentation annuelle de B grandit d'année en année. Une croissance géométrique de raison supérieure à 1 finit donc toujours par dépasser une croissance arithmétique, même si elle démarre plus lentement.

Exercice 4 : Lecture d'un tableau

3 points

- 1) $\frac{680}{800} = 0,85$ et $\frac{578}{680} = 0,85$. On passe d'un terme au suivant en multipliant par le même nombre : on peut conjecturer que la suite w est géométrique de raison 0,85. (On vérifie : $578 \times 0,85 = 491,3$.)
- 2) En C2 on saisit $=B2*0,85$, puis on recopie vers la droite.
- 3) **Faux.** Multiplier un nombre positif par 0,85 donne toujours un nombre positif : tous les termes de w restent strictement positifs. La suite décroît et se rapproche de 0 autant qu'on veut, mais elle ne l'atteint jamais et ne devient jamais négative.