

Exercice 1 : Automatismes (QCM)

4 points

- 1) **Réponse c.** $(x+3)^2 = (x+3)(x+3) = x^2 + 3x + 3x + 9 = x^2 + 6x + 9$.
- 2) **Réponse a.** Pour $x = 4$: $(4-1)(4-6) = 3 \times (-2) = -6$. Le résultat est négatif, ce qu'on pouvait prévoir sans calcul : 4 est compris entre les deux racines 1 et 6, et entre les racines un tel produit est de signe contraire à son coefficient dominant, ici négatif.
- 3) **Réponse b.** La courbe coupe l'axe des ordonnées au point d'abscisse 0 : on calcule $0^2 - 5 = -5$.
- 4) **Réponse a.** Un polynôme du second degré s'écrit $ax^2 + bx + c$ avec $a \neq 0$: le terme de plus haut degré doit être en x^2 . Ce n'est le cas que de $x^2 - x$. La fonction $3x + 2$ est du premier degré, $\frac{2}{x}$ n'est pas un polynôme, et $x^3 + 1$ est du troisième degré.
- 5) **Réponse b.** L'axe de symétrie passe par le milieu des racines 1 et 9 : $\frac{1+9}{2} = 5$.

Exercice 2 : Racines et signe

5 points

- 1) $g(0) = 3 \times 2 \times (-4) = -24$ et $g(1) = 3 \times 3 \times (-3) = -27$.
- 2) Un produit est nul si et seulement si l'un de ses facteurs est nul : $x + 2 = 0$ ou $x - 4 = 0$, donc les racines sont -2 et 4 .
- 3) Le facteur 3 est positif ; $x + 2$ s'annule en -2 et $x - 4$ en 4 .

x	$-\infty$	-2	4	$+\infty$
$x + 2$	$-$	0	$+$	$+$
$x - 4$	$-$	$-$	0	$+$
$g(x)$	$+$	0	$-$	$+$

- 4) D'après le tableau, $g(x) \leq 0$ entre les deux racines, bornes comprises : $S = [-2; 4]$.
- 5) L'axe de symétrie passe par le milieu des racines : $x = \frac{-2+4}{2} = 1$. On retrouve d'ailleurs le minimum de g en $x = 1$, cohérent avec $g(1) = -27$.

Exercice 3 : Reconnaître une courbe

6 points

- 1) **Courbe 1** : $w(x) = 2x^2$. Elle est tournée vers le haut et passe par l'origine : son sommet est en $(0 ; 0)$.
Courbe 2 : $u(x) = x^2 - 4$. Elle est tournée vers le haut et coupe l'axe des ordonnées en -4 .
Courbe 3 : $v(x) = -x^2 + 4$. Le coefficient de x^2 est négatif : elle est tournée vers le bas, avec un maximum en $(0 ; 4)$.
- 2) $u(x) = 0$ donne $x^2 = 4$, donc $x = -2$ ou $x = 2$. $v(x) = 0$ donne $-x^2 + 4 = 0$, soit $x^2 = 4$, donc là encore $x = -2$ ou $x = 2$. Les deux courbes coupent l'axe des abscisses aux mêmes points.
- 3) $w(x) = 2x^2 = 0$ équivaut à $x^2 = 0$, donc $x = 0$. La fonction w a une seule racine : sa courbe touche l'axe des abscisses au sommet, sans le traverser.
- 4) Ces trois fonctions sont de la forme $ax^2 + b$: leurs courbes ont pour axe de symétrie l'axe des ordonnées, d'équation $x = 0$.
- 5) $u(x) = 5$ donne $x^2 - 4 = 5$, soit $x^2 = 9$, donc $x = -3$ ou $x = 3$.

Exercice 4 : Degré 3 et racine cubique

5 points

- 1) On cherche le nombre dont le cube vaut 125 : c'est $\sqrt[3]{125}$. Comme $5^3 = 125$, la solution est $x = 5$.
 Contrairement au carré, le cube ne donne qu'une solution : $(-5)^3 = -125$.
- 2) $x^3 = 8$ donne $x = \sqrt[3]{8} = 2$, car $2^3 = 8$. De même, $6^3 = 216$, donc $\sqrt[3]{216} = 6$.
- 3) **a.** Le produit est nul quand l'un des trois facteurs est nul : $x = 1, x = 4$ ou $x = -2$.
b. $h(0) = (-1) \times (-4) \times 2 = 8$.
c. On range les racines dans l'ordre croissant : $-2 < 1 < 4$.

x	$-\infty$	-2	1	4	$+\infty$
$x + 2$	$-$	0	$+$	$+$	$+$
$x - 1$	$-$	$-$	0	$+$	$+$
$x - 4$	$-$	$-$	$-$	0	$+$
$h(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$

On vérifie la cohérence avec la question b : en $x = 0$, qui est entre -2 et 1 , le tableau annonce un signe positif, et on a bien trouvé $h(0) = 8$.