

Calculatrice interdite

Exercice 1 : Automatismes (QCM)

4 points

Pour chaque question, une seule réponse est exacte. Recopier le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée; une réponse fausse ou absente ne retire pas de point.

Pour les questions 1 à 3, X est une variable aléatoire dont la loi est donnée par le tableau :

x_i	0	1	2	5
$P(X = x_i)$	0,1	0,4	0,3	0,2

- 1) $P(X \leq 1)$ est égale à :
a) 0,4 b) 0,5 c) 0,1 d) 0,9
- 2) $P(X > 2)$ est égale à :
a) 0,2 b) 0,5 c) 0,3 d) 0,8
- 3) L'espérance $E(X)$ vaut :
a) 2 b) 1,6 c) 2,5 d) 0,25
- 4) Une variable aléatoire suit une loi de Bernoulli de paramètre 0,3. Son espérance vaut :
a) 0,7 b) 1 c) 0,3 d) 0,21
- 5) On répète 4 fois une épreuve de Bernoulli de paramètre $\frac{1}{2}$ et on note Y le nombre de succès. La probabilité $P(Y = 4)$ vaut :
a) 2 b) $\frac{1}{8}$ c) $\frac{1}{16}$ d) $\frac{1}{2}$

Exercice 2 : Course de drones

6 points

Lors d'une course de drones, chaque pilote doit franchir successivement 3 portes lumineuses. Pour un pilote donné, chaque porte est franchie avec la probabilité 0,8, indépendamment des autres. On note X le nombre de portes franchies au cours d'un passage.

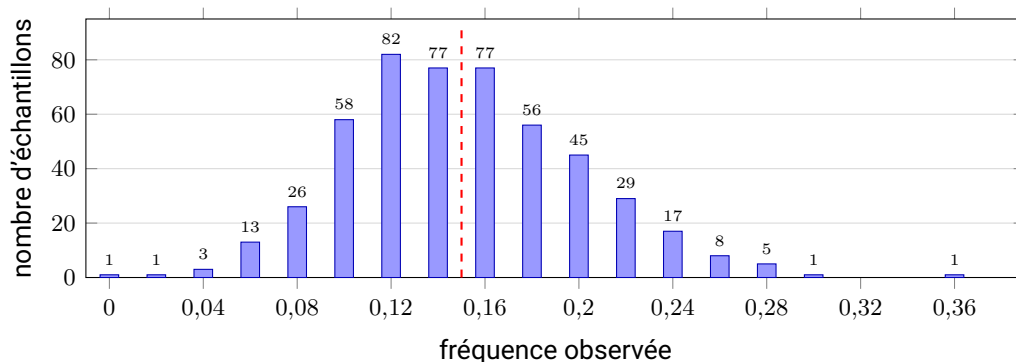
- 1) Quelles sont les valeurs possibles de X ? Interpréter par une phrase l'événement $\{X \leq 1\}$.
- 2) À l'aide d'un arbre, montrer que $P(X = 3) = 0,512$ et que $P(X = 2) = 0,384$.
- 3) Déterminer la loi de probabilité de X (on présentera les résultats dans un tableau).
- 4) Calculer $P(X \leq 1)$.
- 5) Calculer l'espérance $E(X)$ et interpréter le résultat.
- 6) L'inscription à un passage coûte 5 € et chaque porte franchie rapporte 3 €. On note $G = 3X - 5$ le gain algébrique du pilote, en euros. Calculer l'espérance de G . Un pilote qui effectue de nombreux passages a-t-il intérêt à participer?

Exercice 3 : Trottinettes en libre-service

6 points

Dans une ville, 15 % des trottinettes électriques en libre-service ont une batterie trop faible pour être louées. On choisit une trottinette au hasard et on note $X = 1$ si sa batterie est trop faible, $X = 0$ sinon.

- 1) Quelle loi suit X ? Donner son paramètre et son espérance.
- 2) On a simulé $N = 500$ échantillons de $n = 50$ trottinettes et, pour chacun, la fréquence observée des batteries trop faibles. L'histogramme ci-dessous donne le nombre d'échantillons pour chaque fréquence observée. L'écart-type de la série des 500 fréquences est $s \approx 0,05$.



- a. Combien d'échantillons ont une fréquence observée égale à 0,12 ? Que signifie ce nombre ?
 - b. Déterminer l'intervalle $[p - 2s ; p + 2s]$, puis le pourcentage d'échantillons dont la fréquence observée est strictement à l'intérieur de cet intervalle.
 - c. Combien d'échantillons ont une fréquence à plus de $3s$ de p ?
- 3) Un technicien contrôle les 50 trottinettes d'une station et en trouve 16 avec une batterie trop faible. Calculer la fréquence observée. À l'aide de l'histogramme, expliquer si cette observation est fréquente ou rare dans le cadre du modèle, et ce que le technicien peut en conclure.

Exercice 4 : Assurance d'un smartphone

4 points

Un assureur propose une extension de garantie à 60 € par an pour un smartphone. Sur une année, il estime qu'un téléphone assuré a une probabilité 0,12 de nécessiter une réparation (coût 250 € pour l'assureur) et une probabilité 0,03 d'être remplacé (coût 600 €), les autres téléphones ne coûtant rien. On note X le coût, en euros, d'un contrat pour l'assureur.

- 1) Donner la loi de probabilité de X .
- 2) Calculer $E(X)$ et interpréter le résultat.
- 3) L'assureur vend 1 000 contrats. Quel bénéfice peut-il espérer ? Expliquer pourquoi ce n'est pas un montant garanti.