

Exercice 1 : Contrôle qualité par capteur

7 points

- 1) Défectueuses : 5 % de 2 000, soit 100; non signalées parmi elles : $100 - 92 = 8$. Conformes : $2\,000 - 100 = 1\,900$; non signalées : $1\,900 - 38 = 1\,862$. Signalées : $92 + 38 = 130$; non signalées : $8 + 1\,862 = 1\,870$.

	Signalée (S)	Non signalée ($\bar{S}$)	Total
Défectueuse (D)	92	8	100
Conforme ($\bar{D}$)	38	1 862	1 900
Total	130	1 870	2 000

- 2) Situation d'équiprobabilité : $P(D) = \frac{100}{2\,000} = \boxed{0,05}$; $P(S) = \frac{130}{2\,000} = \boxed{0,065}$; $P(D \cap S) = \frac{92}{2\,000} = \boxed{0,046}$.
- 3) $P_D(S) = \frac{\text{card}(D \cap S)}{\text{card}(D)} = \frac{92}{100} = \boxed{0,92}$: si la pièce est défectueuse, le capteur la signale avec une probabilité de 0,92 (il détecte 92 % des pièces défectueuses).
- 4) $P_{\bar{D}}(\bar{S}) = \frac{1\,862}{1\,900} \approx \boxed{0,98}$: une pièce conforme n'est pas signalée dans 98 % des cas.
- 5) On cherche $P_S(D) = \frac{\text{card}(D \cap S)}{\text{card}(S)} = \frac{92}{130} \approx \boxed{0,71}$. Parmi les pièces signalées, environ 29 % sont en réalité conformes : les mettre au rebut sans vérification revient à jeter des pièces bonnes (les « faux positifs »).
- 6) $P_{\bar{S}}(D) = \frac{8}{1\,870} \approx \boxed{0,004}$. C'est la probabilité qu'une pièce *non signalée*, donc livrée au client, soit défectueuse (« faux négatif ») : elle mesure le risque de livrer une pièce défectueuse, ce qui intéresse directement le client.

Exercice 2 : Télétravail

5 points

- 1) Effectifs : $\text{card}(V) = 0,6 \times 400 = 240$, $\text{card}(T) = 0,35 \times 400 = 140$, $\text{card}(V \cap T) = 0,25 \times 400 = 100$. On complète par différences.

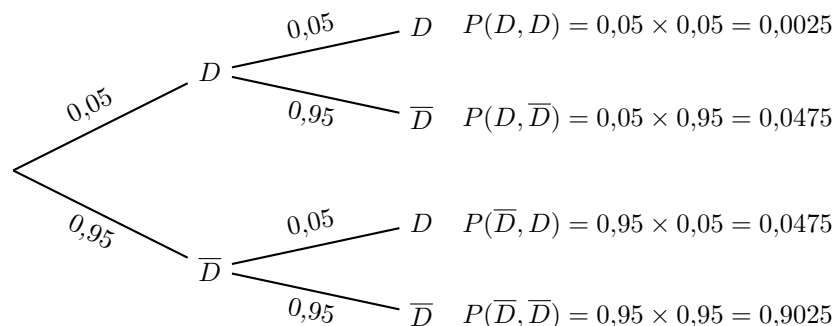
	T	$\bar{T}$	Total
V	100	140	240
$\bar{V}$	40	120	160
Total	140	260	400

- 2) $P_V(T) = \frac{100}{240} \approx \boxed{0,417}$ et $P_T(V) = \frac{100}{140} \approx \boxed{0,714}$.
- 3) a. « habitent en ville et télétravaillent » : $P(V \cap T) = 0,25$.
b. « parmi les télétravailleurs » : la population est restreinte à T , c'est $P_T(V) \approx 0,714$.
c. « un salarié qui n'habite pas en ville » : population restreinte à $\bar{V}$, c'est $P_{\bar{V}}(T) = \frac{40}{160} = 0,25$.
- 4) $P_V(T) \approx 0,417 > P(T) = 0,35$: la proportion de télétravailleurs est plus élevée parmi les habitants de la ville que dans l'ensemble des salariés. Dans cette entreprise, habiter en ville va de pair avec un télétravail plus fréquent (sans que l'enquête prouve que c'en soit la cause).

Exercice 3 : Prélèvements successifs

8 points

- 1) a. Les prélèvements sont indépendants : chaque branche porte la même probabilité 0,05 pour D et 0,95 pour $\bar{D}$, quel que soit le résultat précédent.



- b. La probabilité d'un chemin est le produit des probabilités de ses branches : $P(D, D) = 0,05 \times 0,05 = \boxed{0,0025}$.
- c. Deux chemins conviennent, $(D, \bar{D})$ et $(\bar{D}, D)$: $0,05 \times 0,95 + 0,95 \times 0,05 = 2 \times 0,0475 = \boxed{0,095}$.
- 2) a. On ajoute un troisième niveau identique (branches 0,05 / 0,95) à chacune des 4 extrémités : l'arbre a $2 \times 2 \times 2 = \boxed{8}$ chemins.
- b. Chemin $(\bar{D}, \bar{D}, \bar{D})$: $0,95^3 = 0,857375 \approx \boxed{0,857}$.
- c. « Au moins une défectueuse » est le contraire de « aucune défectueuse » : $1 - 0,95^3 \approx \boxed{0,143}$.
- d. Trois chemins ont exactement un D (en 1^{re}, 2^e ou 3^e position), chacun de probabilité $0,05 \times 0,95^2 = 0,045125$: $3 \times 0,045125 \approx \boxed{0,135}$.
- 3) Les deux prélèvements sont indépendants, avec 0,05 pour la première chaîne et 0,1 pour la seconde. « Exactement une défectueuse » : défectueuse sur la première seulement, ou sur la seconde seulement :

$$0,05 \times 0,9 + 0,95 \times 0,1 = 0,045 + 0,095 = \boxed{0,14}$$