

Calculatrice autorisée

Exercice 1 : Contrôle qualité par capteur

7 points

Dans une usine, un capteur optique contrôle les pièces en sortie de chaîne. Sur un lot de 2 000 pièces, on sait que :

- 5 % des pièces sont défectueuses;
- parmi les pièces défectueuses, le capteur en signale 92;
- le capteur signale aussi, à tort, 38 pièces conformes.

On prélève une pièce au hasard dans le lot (toutes les pièces ont la même probabilité d'être choisies) et on note D : « la pièce est défectueuse » et S : « la pièce est signalée par le capteur ».

1) Recopier et compléter le tableau croisé d'effectifs.

	Signalée (S)	Non signalée ($\bar{S}$)	Total
Défectueuse (D)	92		
Conforme ($\bar{D}$)	38		
Total			2 000

2) Calculer $P(D)$, $P(S)$ et $P(D \cap S)$.

3) Calculer $P_D(S)$ et interpréter cette probabilité par une phrase. On l'appelle la *sensibilité* du capteur.

4) Calculer $P_{\bar{D}}(\bar{S})$, arrondie au centième. On l'appelle la *spécificité* du capteur.

5) Une pièce est signalée par le capteur. Quelle est la probabilité qu'elle soit réellement défectueuse? Arrondir au centième. Que peut-on dire des pièces signalées puis mises au rebut?

6) Calculer $P_{\bar{S}}(D)$, arrondie au millièm. Pourquoi cette probabilité est-elle la plus importante pour le client de l'usine?

Exercice 2 : Télétravail

5 points

Une entreprise de 400 salariés a réalisé une enquête. On choisit un salarié au hasard et on note V : « le salarié habite en ville » et T : « le salarié télétravaille au moins un jour par semaine ». On sait que

$$P(V) = 0,6, \quad P(T) = 0,35, \quad P(V \cap T) = 0,25.$$

1) Dresser le tableau croisé d'effectifs de cette enquête (lignes $V / \bar{V}$, colonnes $T / \bar{T}$).

2) Calculer $P_V(T)$ et $P_T(V)$, arrondies au millièm.

3) Traduire chacune des phrases suivantes par une probabilité, en utilisant les notations $P(\dots)$ ou $P_{\dots}(\dots)$, et donner sa valeur :

- a. « 25 % des salariés habitent en ville et télétravaillent »;
 - b. « parmi les télétravailleurs, environ 71 % habitent en ville »;
 - c. « un salarié qui n'habite pas en ville a une chance sur quatre de télétravailler ».
- 4) Comparer $P_V(T)$ et $P(T)$. Le fait d'habiter en ville semble-t-il favoriser le télétravail dans cette entreprise ?

Exercice 3 : Prélèvements successifs

8 points

La production de la chaîne est très importante : on admet que, lorsqu'on prélève plusieurs pièces, les prélèvements sont **indépendants** et que chaque pièce a la probabilité 0,05 d'être défectueuse.

- 1) On prélève deux pièces.
 - a. Représenter la situation par un arbre de probabilités (issues D et $\overline{D}$ pour chaque pièce).
 - b. Calculer la probabilité que les deux pièces soient défectueuses.
 - c. Calculer la probabilité qu'exactly une pièce soit défectueuse.
- 2) On prélève maintenant trois pièces.
 - a. Compléter l'arbre pour trois prélèvements. Combien a-t-il de chemins ?
 - b. Calculer la probabilité qu'aucune pièce ne soit défectueuse (arrondir au millième).
 - c. En déduire la probabilité qu'au moins une pièce soit défectueuse.
 - d. Calculer la probabilité qu'exactly une pièce soit défectueuse (arrondir au millième).
- 3) Une seconde chaîne, plus ancienne, produit des pièces défectueuses avec la probabilité 0,1. On prélève une pièce sur chaque chaîne, de façon indépendante. Calculer la probabilité d'obtenir exactement une pièce défectueuse.