

Calculatrice interdite

### Exercice 1 : Automatismes (QCM)

4 points

Pour chaque question, une seule réponse est exacte. Recopier le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée; une réponse fausse ou une absence de réponse ne retire pas de point.

- 1) La partie imaginaire du nombre complexe  $z = -4 + 5i$  est :  
 a)  $5i$                       b)  $-4$                       c)  $5$                       d)  $-4 + 5$
- 2) Le nombre  $(1 + i)^2$  est égal à :  
 a)  $0$                       b)  $2$                       c)  $2i$                       d)  $1 + 2i$
- 3) Le module du nombre complexe  $3 - 4i$  est :  
 a)  $-1$                       b)  $7$                       c)  $5$                       d)  $25$
- 4) Le conjugué du nombre complexe  $2i - 7$  est :  
 a)  $7 - 2i$                       b)  $-7 - 2i$                       c)  $7 + 2i$                       d)  $2i + 7$
- 5) Un argument du nombre complexe  $-3i$  est :  
 a)  $0$                       b)  $\frac{\pi}{2}$                       c)  $-\frac{\pi}{2}$                       d)  $\pi$

### Exercice 2 : Calculs sous forme algébrique

5 points

On considère les nombres complexes  $z_1 = 3 - 2i$  et  $z_2 = -1 + 4i$ .

- 1) Calculer  $z_1 + z_2$  et  $z_1 \times z_2$  sous forme algébrique.
- 2) Donner le conjugué  $\overline{z_1}$ , puis calculer  $z_1 \times \overline{z_1}$ . Que représente ce nombre pour  $z_1$  ?
- 3) Écrire  $\frac{z_1}{z_2}$  sous forme algébrique.
- 4) Écrire  $\frac{1}{z_2}$  sous forme algébrique.
- 5) Calculer  $|z_1|$  et  $|z_2|$ . En déduire  $|z_1 \times z_2|$  sans utiliser le résultat de la question 1, puis vérifier la cohérence avec ce résultat.

### Exercice 3 : Dans le plan complexe

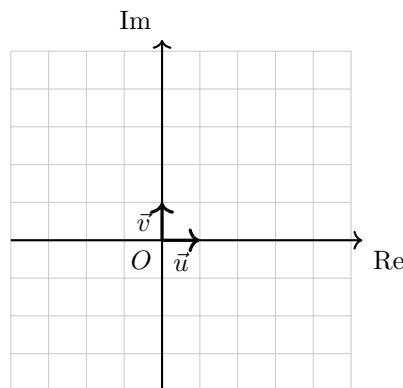
5 points

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct  $(O; \vec{u}, \vec{v})$ . On considère les points  $A$ ,  $B$  et  $C$  d'affixes respectives

$$z_A = 3 + i, \quad z_B = 1 + 3i, \quad z_C = -1 - i.$$

- 1) Placer les points  $A$ ,  $B$  et  $C$  dans le repère ci-dessous (à compléter au fil de l'exercice).
- 2) Déterminer l'axe du vecteur  $\overrightarrow{AB}$ , puis calculer la distance  $AB$ .

- 3) Calculer les distances  $AC$  et  $BC$ . En déduire la nature du triangle  $ABC$ .
- 4) Déterminer l'abscisse du point  $I$ , milieu du segment  $[AB]$ , et placer  $I$ .
- 5) Déterminer l'abscisse du point  $D$  tel que  $ABCD$  soit un parallélogramme, et placer  $D$ .
- 6) On note  $E$  l'ensemble des points  $M$  d'abscisse  $z$  tels que  $|z - 3 - i| = |z - 1 - 3i|$ . Interpréter géométriquement cette égalité, puis tracer  $E$  sur la figure.



#### Exercice 4 : Forme trigonométrique et tensions sinusoïdales

6 points

On rappelle que tout nombre complexe non nul  $z$  s'écrit sous forme trigonométrique

$$z = r (\cos \theta + i \sin \theta), \quad \text{avec } r = |z| \text{ et } \theta \text{ un argument de } z.$$

- 1) Écrire sous forme trigonométrique les nombres complexes  $z_1 = \sqrt{3} + i$  et  $z_2 = -2 + 2i$ .
- 2) Écrire sous forme algébrique le nombre complexe  $z_3 = 3 \left( \cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right)$ .
- 3) **Application en électricité.** En régime sinusoïdal, une tension  $u(t) = U \cos(\omega t + \varphi)$  est représentée par le nombre complexe  $\underline{U}$  de module  $U$  (amplitude en volts) et d'argument  $\varphi$  (phase à l'origine). La tension aux bornes d'un montage est la somme de deux tensions de même pulsation :  $u_1$ , d'amplitude 6 V et de phase 0, et  $u_2$ , d'amplitude 6 V et de phase  $\frac{\pi}{2}$ . On admet que le complexe associé à  $u_1 + u_2$  est  $\underline{U}_1 + \underline{U}_2$ .
  - a. Écrire  $\underline{U}_1$  et  $\underline{U}_2$  sous forme algébrique, puis calculer  $\underline{U} = \underline{U}_1 + \underline{U}_2$ .
  - b. Déterminer le module et un argument de  $\underline{U}$ . En déduire l'amplitude et la phase à l'origine de la tension  $u_1 + u_2$  (on donne  $\sqrt{2} \approx 1,41$ ).
  - c. Représenter  $\underline{U}_1$ ,  $\underline{U}_2$  et  $\underline{U}$  par des vecteurs d'origine  $O$  dans un repère orthonormé (1 cm pour 2 V). Quelle propriété du parallélogramme retrouve-t-on ?