

Calculatrice autorisée

Exercice 1 : Produit scalaire en coordonnées

6 points

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$. On considère les vecteurs $\vec{u} \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$, $\vec{v} \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$ et $\vec{w} \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \end{pmatrix}$.

- 1) Calculer $\vec{u} \cdot \vec{v}$, puis les normes $\|\vec{u}\|$ et $\|\vec{v}\|$ (valeurs exactes).
- 2) En déduire une valeur approchée au dixième de degré de l'angle θ entre les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$.
- 3) Les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{w}$ sont-ils orthogonaux? Justifier.
- 4) On considère les points $A(1; 2)$, $B(4; 3)$ et $C(2; 6)$. Calculer $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$, puis une valeur approchée au dixième de degré de l'angle $\widehat{BAC}$.

Exercice 2 : Al-Kashi et parallélogramme

5 points

Soit ABC un triangle tel que $AB = 6$ cm, $AC = 8$ cm et $\widehat{BAC} = 60^\circ$.

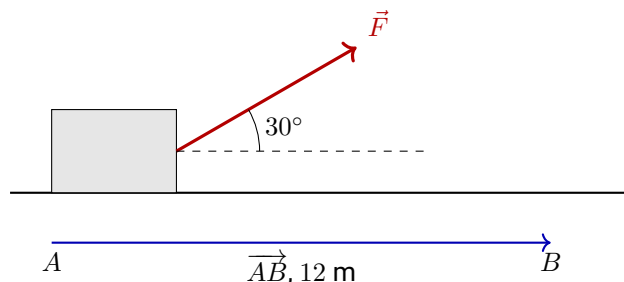
- 1) Calculer $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$.
- 2) À l'aide du théorème d'Al-Kashi, montrer que $BC = 2\sqrt{13}$ cm, puis en donner une valeur approchée au centième.
- 3) Déterminer une valeur approchée au dixième de degré de l'angle $\widehat{ABC}$.
- 4) On complète le triangle en un parallélogramme $ABDC$ (tel que $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$). En utilisant l'égalité du parallélogramme $AD^2 + BC^2 = 2(AB^2 + AC^2)$, calculer la longueur AD au centième.

Exercice 3 : Travail d'une force

6 points

Un ouvrier tire une caisse sur un sol horizontal à l'aide d'une corde. La force exercée $\vec{F}$ a une intensité de 50 N et fait un angle de 30° avec l'horizontale. La caisse se déplace en ligne droite de A à B , avec $AB = 12$ m.

On rappelle que le travail de la force $\vec{F}$ le long du déplacement $\overrightarrow{AB}$ est $W = \vec{F} \cdot \overrightarrow{AB}$ (en joules, pour des newtons et des mètres).



- 1) Calculer le travail W de la force $\vec{F}$ pour ce déplacement (valeur approchée à l'unité).
- 2) Calculer la projection orthogonale de $\vec{F}$ sur l'axe du déplacement, c'est-à-dire la composante horizontale $F_h = \|\vec{F}\| \cos 30^\circ$. Vérifier que $W = F_h \times AB$.
- 3) Le poids de la caisse est une force verticale $\vec{P}$ d'intensité 200 N. Quel est le travail du poids pour ce déplacement horizontal ? Justifier.
- 4) Un second ouvrier tire la caisse avec une force $\vec{F}_2$ horizontale d'intensité 20 N, dans le sens du déplacement. En utilisant la propriété $(\vec{F} + \vec{F}_2) \cdot \vec{AB} = \vec{F} \cdot \vec{AB} + \vec{F}_2 \cdot \vec{AB}$, calculer le travail total des deux forces.

Exercice 4 : Vrai ou faux ?

3 points

Pour chaque affirmation, indiquer si elle est vraie ou fausse en justifiant la réponse.

- 1) **Affirmation 1** : si $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$, alors $\vec{u} = \vec{0}$ ou $\vec{v} = \vec{0}$.
- 2) **Affirmation 2** : pour tout vecteur $\vec{u}$, $\vec{u} \cdot \vec{u} = \|\vec{u}\|^2$.
- 3) **Affirmation 3** : si $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont non nuls et $\vec{u} \cdot \vec{v} < 0$, alors l'angle entre $\vec{u}$ et $\vec{v}$ est obtus.