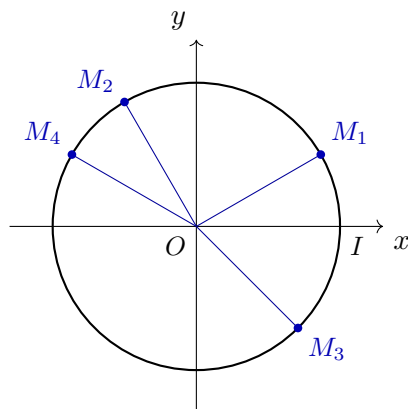


Exercice 1 : Sur le cercle trigonométrique

5 points

- 1) 180° correspond à π rad, donc on multiplie par $\frac{\pi}{180} : 150^\circ = \frac{150\pi}{180} = \boxed{\frac{5\pi}{6}}$ et $210^\circ = \frac{210\pi}{180} = \boxed{\frac{7\pi}{6}}$.
- Dans l'autre sens, on multiplie par $\frac{180}{\pi} : \frac{3\pi}{4} = \frac{3 \times 180}{4} = \boxed{135^\circ}$.
- 2) $\frac{\pi}{6} = 30^\circ ; \frac{2\pi}{3} = 120^\circ ; -\frac{\pi}{4} = -45^\circ$ (sens indirect) ; $\frac{5\pi}{6} = 150^\circ$.



- 3) $\frac{13\pi}{6} = \frac{12\pi}{6} + \frac{\pi}{6} = 2\pi + \frac{\pi}{6}$: mesure principale $\boxed{\frac{\pi}{6}}$. $-\frac{7\pi}{4} = -2\pi + \frac{\pi}{4}$: mesure principale $\boxed{\frac{\pi}{4}}$ (on ajoute ou retranche des multiples de 2π jusqu'à tomber dans $]-\pi ; \pi]$).

Exercice 2 : Valeurs remarquables et angles associés

5 points

- 1) $\boxed{\cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}}$ $\boxed{\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}}$ $\boxed{\cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}}$
- 2) $\frac{3\pi}{4} = \pi - \frac{\pi}{4}$ et $\cos(\pi - x) = -\cos x$, donc $\cos \frac{3\pi}{4} = -\cos \frac{\pi}{4} = \boxed{-\frac{\sqrt{2}}{2}}$. La fonction sinus est impaire : $\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) = -\sin \frac{\pi}{3} = \boxed{-\frac{\sqrt{3}}{2}}$.
- 3) $\cos^2 x = 1 - \sin^2 x = 1 - 0,36 = 0,64$, donc $\cos x = 0,8$ ou $\cos x = -0,8$. Comme $x \in \left[0 ; \frac{\pi}{2}\right]$, $\cos x \geq 0$: $\boxed{\cos x = 0,8}$.
- 4) Sur le cercle, $\cos x = \frac{1}{2}$ correspond aux deux points d'abscisse $\frac{1}{2}$, d'angles $\frac{\pi}{3}$ et $-\frac{\pi}{3}$: $\boxed{S_1 = \left\{-\frac{\pi}{3} ; \frac{\pi}{3}\right\}}$.
 $\sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ correspond aux deux points d'ordonnée $-\frac{\sqrt{2}}{2}$, d'angles $-\frac{\pi}{4}$ et $-\frac{3\pi}{4}$: $\boxed{S_2 = \left\{-\frac{3\pi}{4} ; -\frac{\pi}{4}\right\}}$.

Exercice 3 : Tension sinusoïdale

7 points

- 1) Par identification avec $A \sin(\omega t + \varphi)$: $\boxed{A = 12 \text{ V}, \quad \omega = 100\pi \text{ rad/s}, \quad \varphi = \frac{\pi}{6} \text{ rad}}$.

- 2) Sur la courbe, le motif se répète toutes les 0,02 s (par exemple deux maximums consécutifs sont espacés de 0,02 s) : $T \approx 0,02$ s. Par le calcul : $T = \frac{2\pi}{100\pi} = \frac{2}{100} = \boxed{0,02 \text{ s}}$. Fréquence : $f = \frac{1}{0,02} = \boxed{50 \text{ Hz}}$ (celle du réseau électrique).
- 3) $u(0) = 12 \sin \frac{\pi}{6} = 12 \times \frac{1}{2} = \boxed{6 \text{ V}}$. Sur la courbe, on lit bien $u(0) = 6$: la courbe ne part pas de 0 à cause de la phase à l'origine.
- 4) $100\pi \times 0,005 = 0,5\pi = \frac{\pi}{2}$, donc $u(0,005) = 12 \sin \left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{6} \right)$. Or $\sin \left(\frac{\pi}{2} + x \right) = \cos x$, donc $u(0,005) = 12 \cos \frac{\pi}{6} = 12 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \boxed{6\sqrt{3} \approx 10,4 \text{ V}}$.
- 5) $u(t) = 12$ si et seulement si $\sin \left(100\pi t + \frac{\pi}{6} \right) = 1$. Le sinus vaut 1 pour la première fois (avec $t > 0$) lorsque la phase instantanée vaut $\frac{\pi}{2}$:

$$100\pi t_1 + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2} \iff 100\pi t_1 = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{3} \iff t_1 = \frac{\pi}{3 \times 100\pi} = \frac{1}{300}$$

$$\boxed{t_1 = \frac{1}{300} \text{ s} \approx 0,0033 \text{ s}} \text{ (soit environ 3,3 ms, ce qui correspond au premier sommet de la courbe).}$$

Exercice 4 : Vrai ou faux ?

3 points

- 1) **Faux.** La fonction cosinus est **paire** : $\cos(-x) = \cos x$. Contre-exemple : $\cos(-0) = \cos 0 = 1 \neq -1$.
- 2) **Vrai.** Les points associés à x et $\pi - x$ sont symétriques par rapport à l'axe des ordonnées : même ordonnée, donc $\sin(\pi - x) = \sin x$ (et $\cos(\pi - x) = -\cos x$).
- 3) **Faux.** Sur $[0; \pi]$, le cosinus passe de $\cos 0 = 1$ à $\cos \pi = -1$: la fonction cosinus est **décroissante** sur cet intervalle (on le voit sur le cercle : l'abscisse du point diminue quand l'angle va de 0 à π).