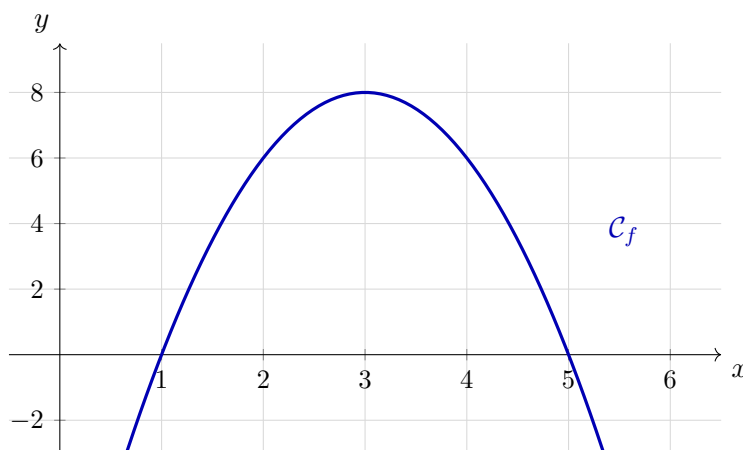


Calculatrice autorisée

Exercice 1 : Une parabole sous toutes ses formes

6 points

On considère la fonction f définie sur $[0 ; 6]$ par $f(x) = -2(x-1)(x-5)$. Sa courbe représentative $\mathcal{C}_f$ est donnée ci-dessous.



- 1) Donner les racines de f , c'est-à-dire les solutions de l'équation $f(x) = 0$.
- 2) La parabole $\mathcal{C}_f$ est-elle tournée vers le haut ou vers le bas ? Justifier à l'aide de l'expression de f .
- 3) Donner l'équation de l'axe de symétrie de $\mathcal{C}_f$, puis les coordonnées de son sommet S .
- 4) Développer $f(x)$ et montrer que $f(x) = -2x^2 + 12x - 10$.
- 5) Dresser le tableau de signes de f sur $[0 ; 6]$.
- 6)
 - a. Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 6$ sur $[0 ; 6]$.
 - b. Vérifier que, pour tout réel x , $f(x) - 6 = -2(x-2)(x-4)$, puis retrouver le résultat précédent par le calcul.

Exercice 2 : Le jet d'eau

6 points

Dans un parc, une buse projette un jet d'eau. Dans un repère où l'unité est le mètre, la hauteur du jet à la distance horizontale x de la buse est modélisée, pour $x \in [0 ; 6]$, par

$$h(x) = -0,5x(x-6).$$

- 1) Calculer $h(0)$ et $h(6)$. Que représentent ces deux valeurs pour le jet d'eau ?
- 2) Justifier que la hauteur maximale du jet est atteinte pour $x = 3$, puis calculer cette hauteur maximale.

- 3) Dresser le tableau de variations de h sur $[0 ; 6]$.
- 4) a. Montrer que, pour tout $x \in [0 ; 6]$, $h(x) - 4 = -0,5(x - 2)(x - 4)$.
b. En déduire, à l'aide d'un tableau de signes, l'ensemble des valeurs de x pour lesquelles le jet d'eau dépasse 4 mètres de hauteur.

Exercice 3 : Degré 3 et racine cubique

8 points

Partie A. On considère la fonction g définie sur $[-3 ; 4]$ par $g(x) = 0,5x^3 - x^2 - 2,5x + 3$.

- 1) Vérifier que 1 est une racine de g , puis que -2 et 3 sont aussi des racines de g .
- 2) Montrer que, pour tout réel x , $g(x) = 0,5(x + 2)(x - 1)(x - 3)$.
- 3) Dresser le tableau de signes de g sur $[-3 ; 4]$.
- 4) En déduire les solutions de l'inéquation $g(x) < 0$ sur $[-3 ; 4]$.

Partie B. Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse en justifiant la réponse.

- 5) **Affirmation 1 :** l'équation $x^2 = 9$ admet une seule solution dans $\mathbb{R}$.
- 6) **Affirmation 2 :** un réservoir cubique de volume $91,125 \text{ dm}^3$ a une arête de $4,5 \text{ dm}$.
- 7) **Affirmation 3 :** la fonction p définie par $p(x) = 3x^2 - 12$ admet exactement deux racines, et $p(x) = 3(x - 2)(x + 2)$.