

Exercice 1 : Diviseurs et Nombres premiers

1. Donner la liste de tous les diviseurs de 18 (dans $\mathbb{N}$).
2. Le nombre 47 est-il premier? Justifier votre démarche.
3. Les nombres suivants sont-ils premiers? Justifier votre réponse.
 - a) 867
 - b) 691
4. Décomposer les nombres suivants en produits de facteurs premiers :

150 ; 72 ; 400

Exercice 2 : Division euclidienne et calcul littéral

1. Effectuer la division euclidienne de 484 par 3.
2. On considère deux nombres a et b définis par $a = 8k$ et $b = 6k$, où k est un entier relatif.
 - a) Justifier que a est pair.
 - b) Justifier que b est un multiple de 3.
 - c) La somme $a + b$ est-elle nécessairement un multiple de 7? Justifier.

Exercice 3 : Démonstrations de cours et propriétés

1. **Restitution de leçon** : Montrer que la somme de deux multiples de 11 est un multiple de 11.
2. Montrer que le produit de deux nombres pairs est un multiple de 4.

Exercice 4 : Vrai ou Faux (Contre-exemples)

Les propositions suivantes sont fausses. Justifiez-le en donnant un contre-exemple précis pour chacune d'elles.

1. « Le produit de deux entiers impairs consécutifs est pair. »
2. « Le produit d'un nombre décimal par 10 est un nombre entier. »

Exercice 5 : Problème (Approfondissement)

Un élève prétend : « Si $n \in \mathbb{N}$ et $n > 1$, alors le nombre $n^4 + 4$ n'est jamais un nombre premier. »

1. Vérifier cette hypothèse pour $n = 2$, $n = 3$ puis $n = 4$ en calculant la valeur de $n^4 + 4$ et en vérifiant si le résultat est premier.
2. Démontrer (en développant le membre de droite) que pour tout entier n :

$$n^4 + 4 = (n^2 + 2n + 2)(n^2 - 2n + 2)$$

3. À l'aide de la question précédente, expliquer pourquoi l'élève a raison.
4. Montrer que 1 300 n'est pas premier et donner deux de ses diviseurs, autres que 1 et lui-même.