

Exercice 1**4 points**

Soit z un nombre complexe non nul. Montrer que les complexes Z_1 et Z_2 sont des nombres réels.

- 1) $Z_1 = z + \bar{z}$
- 2) $Z_2 = \frac{z - u\bar{z}}{1 - u}$ où u est un nombre complexe différent de 1 tel que $u\bar{u} = 1$

Exercice 2**5 points**

Pour tout nombre complexe $z = x + iy$, où x et y sont des réels, on associe le complexe $Z = z^2 - 4iz + 4$.

- 1) Écrire Z sous forme algébrique en fonction de x et de y .
- 2) Si z est un imaginaire pur, montrer que Z est réel.
- 3) La réciproque est-elle vraie ?

Exercice 3**5 points**

Résoudre dans $\mathbb{C}$ ces deux équations en utilisant la méthode de votre choix.

- a) $-z^2 + 8z - 25 = 0$
- b) $2z^3 - z^2 + z - 2 = 0$

Exercice 4**6 points**

On pose $P(z) = z^4 - 3z^3 + \frac{9}{2}z^2 - 3z + 1$ où z est un nombre complexe.

- 1) Montrer que si le complexe α est une racine de P alors il en est de même pour $\bar{\alpha}$ et $\frac{1}{\alpha}$.
- 2) Calculer $P(1 + i)$.
- 3) En déduire les solutions dans $\mathbb{C}$ de $P(z) = 0$.
- 4) Factoriser $P(z)$ sous la forme d'un produit de deux polynômes de degré 2 à coefficients réels.