

Calculatrice autorisée – notée sur 20 points.

Exercice 1

4 points

Résoudre dans $\mathbb{R}$: $\frac{3x^2 - 7x + 2}{2x + 1} \geq 0$.

Exercice 2

6 points

Une entreprise produit entre 0 et 50 balançoires par jour.

Le coût de fabrication de x balançoires, en euros, est donné par la fonction suivante : $f(x) = x^2 + 230x + 325$.

Chaque balançoire est vendue 300 €, et toute la production est vendue.

- 1) Exprimer le bénéfice $B(x)$ réalisé par l'entreprise en fonction de x .
- 2) Étudier les variations de la fonction B .
- 3) En déduire le bénéfice maximal réalisé par l'entreprise.
- 4) Combien de balançoires l'entreprise doit-elle produire et vendre pour être rentable?

Exercice 3

7 points

Soit f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2 \cos(x) - 1$.

- 1) Démontrer que f est périodique. Quelle est sa période?
- 2) À l'aide de la calculatrice, conjecturer la parité de f .
- 3) Prouver la conjecture précédente.
- 4) Démontrer que, pour tout réel x , $-3 \leq f(x) \leq 1$.
- 5) Déterminer graphiquement le nombre de solutions de l'équation $f(x) = -2$ dans l'intervalle $[0 ; 2\pi]$.
- 6) Résoudre dans l'intervalle $[0 ; 2\pi]$ l'équation $f(x) = -2$ et comparer avec le résultat précédent.

Exercice 4**3 points**

On admet que pour tout réel a , $\cos(2a) = \cos^2(a) - \sin^2(a)$.

- 1) Montrer que pour tout réel a , $\cos^2(a) = \frac{1 + \cos(2a)}{2}$.
- 2) Utiliser cette relation pour déterminer les valeurs exactes de $\cos\left(\frac{\pi}{8}\right)$ et $\sin\left(\frac{\pi}{8}\right)$.