

Calculatrice autorisée – le sujet est à rendre avec la copie.

Exercice 1

6 points

Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on considère les points :

$$M(-1; 3) \quad ; \quad N(1; -2) \quad ; \quad P(5; 3)$$

- 1) Montrer que la médiatrice (d) du segment $[MN]$ a pour équation : $4x - 10y + 5 = 0$.
- 2) Déterminer une équation de la médiatrice (d') du segment $[MP]$.
- 3) Calculer les coordonnées du centre du cercle circonscrit au triangle MNP .

Exercice 2

9 points

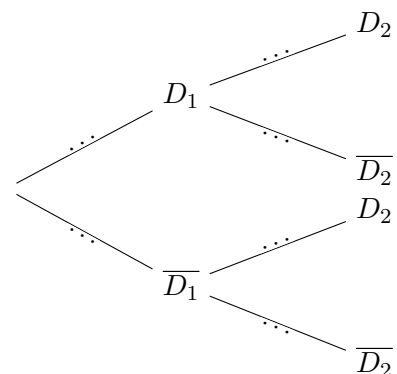
Un robot est positionné sur un axe horizontal et se déplace plusieurs fois d'un mètre sur cet axe, vers la gauche ou vers la droite.

Lors du premier déplacement, la probabilité que le robot se déplace vers la droite est égale à $\frac{1}{3}$.

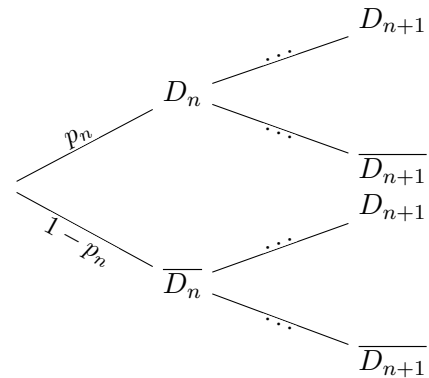
S'il se déplace vers la droite, la probabilité que le robot se déplace de nouveau à droite lors du déplacement suivant est égale à $\frac{3}{4}$. S'il se déplace vers la gauche, la probabilité que le robot se déplace de nouveau à gauche lors du déplacement suivant est égale à $\frac{1}{2}$.

Pour tout entier naturel $n \geq 1$, on note D_n l'évènement « le robot se déplace à droite lors du n -ième déplacement » et p_n sa probabilité. On a ainsi $p_1 = \frac{1}{3}$.

- 1) Compléter l'arbre pondéré ci-contre représentant les deux premiers déplacements du robot.
- 2) Montrer que $p_2 = \frac{7}{12}$.
- 3) Si le robot s'est déplacé à droite lors du deuxième déplacement, quelle est la probabilité qu'il se soit déplacé à droite lors du premier déplacement ?



- 4) Démontrer que pour tout $n \geq 1$, $p_{n+1} = \frac{1}{4}p_n + \frac{1}{2}$.
On pourra s'aider de l'arbre pondéré ci-contre.



- 5) Compléter le programme Python ci-contre qui permet de déterminer la valeur de p_n à partir d'un entier strictement positif n .

```
def suite(n):
    p = .....
    for k in range(.....):
        p = .....
    return .....
```

Pour tout entier $n \geq 1$, on pose $u_n = p_n - \frac{2}{3}$.

- 6) Montrer que la suite (u_n) ainsi formée est géométrique et préciser sa raison.
7) Déterminer alors une expression de u_n puis de p_n en fonction de n .

Exercice 3

5 points

On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 0$ et pour tout entier naturel n :

$$u_{n+1} = \frac{1}{2}\sqrt{u_n^2 + 12}$$

On **admettra** que (u_n) est une suite positive. On pose, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_n = u_n^2 - 4$.

- 1) Calculer u_1 et u_2 .
- 2) Montrer que la suite (v_n) est géométrique et préciser sa raison.
- 3) Exprimer v_n en fonction de n .
- 4) En déduire une expression de u_n en fonction de n .

Exercice 4

7 points

Les questions 1 et 2 de cet exercice sont indépendantes.

1) Soit (u_n) une suite **arithmétique** telle que $u_3 = 4$ et $u_{10} = 25$.

- Déterminer la raison r de cette suite.
- Calculer la somme des 10 premiers termes de (u_n) .
- Compléter le programme Python ci-contre qui calcule la somme des $n + 1$ premiers termes de (u_n) à partir d'un entier naturel n .

```
def somme(n):
    U = .....
    S = .....
    for k in range(.....):
        U = .....
        S = .....
    return .....
```

2) Soit (v_n) une suite **géométrique** de raison 1,2 et de premier terme $v_0 = -1$.

- Donner une expression de v_n en fonction de n .
- Déterminer le sens de variation de (v_n) .
- Calculer la somme des termes d'indices 5 à 15 de (v_n) .
On donnera un résultat arrondi au centième.

Exercice 5

3 points

Jeanne prend son parapluie pour se rendre au travail un jour sur dix.

Elle a remarqué que lorsqu'elle avait son parapluie, il pleuvait dans 80 % des cas et lorsqu'elle ne l'avait pas, il pleuvait dans 15 % des cas.

On considère une journée au hasard, et on note les évènements :

- A : « Jeanne prend son parapluie »;
- B : « Il pleut ».

Les évènements A et B sont-ils indépendants ?