

Calculatrice autorisée, en mode examen

La qualité de la rédaction et la clarté des raisonnements seront prises en compte dans l'appréciation des copies.

Exercice 1

6,5 points

Les résultats seront arrondis à 10^{-4} près.

Un ostréiculteur élève deux espèces d'huîtres : « la plate » et « la japonaise ». Chaque année, les huîtres plates représentent 15 % de sa production.

Les huîtres sont dites de calibre n°3 lorsque leur masse est comprise entre 66 g et 85 g.

Seulement 10 % des huîtres plates sont de calibre n°3, alors que 80 % des huîtres japonaises le sont.

1) Le service sanitaire prélève une huître au hasard dans la production de l'ostréiculteur. On suppose que toutes les huîtres ont la même chance d'être choisies.

On considère les événements suivants :

- J : « l'huître prélevée est une huître japonaise » ;
- C : « l'huître prélevée est de calibre n°3 ».

- a. Construire un arbre pondéré complet traduisant la situation.
- b. Calculer la probabilité que l'huître prélevée soit une huître plate de calibre n°3.
- c. Justifier que la probabilité d'obtenir une huître de calibre n°3 est 0,695.
- d. L'huître prélevée est de calibre n°3. Quelle est la probabilité que ce soit une huître plate ?
- e. Les événements C et $\bar{J}$ sont-ils indépendants ? Justifier.

Exercice 2

1,5 point

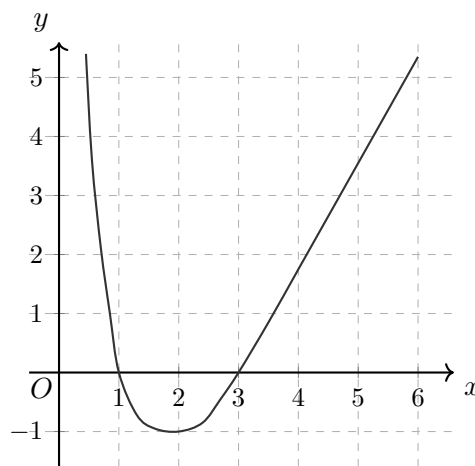
Une urne contient 7 boules noires et 3 boules blanches. Ces 10 boules sont indiscernables au toucher. Une partie consiste à prélever au hasard successivement et avec remise deux boules dans cette urne. Un joueur gagne la partie si les deux boules tirées sont de couleurs différentes. Un joueur fait une partie.

- 1) Représenter la situation par un arbre pondéré.
- 2) Quelle est la probabilité que le joueur gagne la partie ? Justifier.

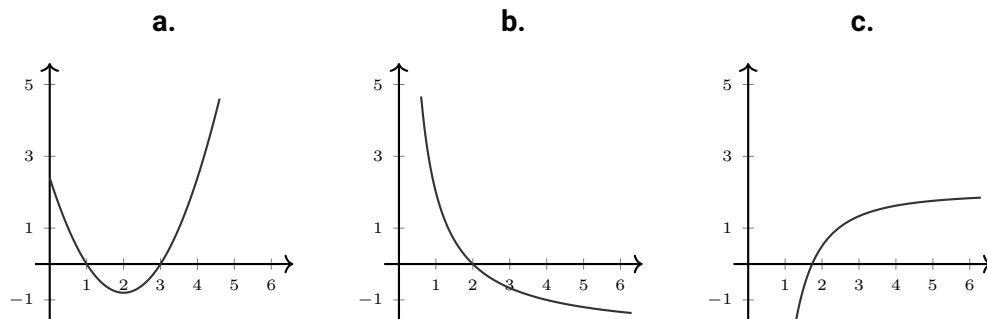
Exercice 3

1 point

On considère une fonction f dérivable sur $]0; +\infty[$ dont la courbe représentative dans un repère orthonormé est tracée ci-dessous.



Parmi les trois courbes ci-dessous, laquelle est la courbe représentative de la fonction f' ? Justifier.



Exercice 4

8 points

Une entreprise fabrique et vend chaque jour x objets. Chaque objet est vendu 100 €.

Partie A : Coût de production unitaire

Le coût de production unitaire $U(x)$ exprimant le coût de production par objet, en €, est modélisé par la fonction U définie pour tout x de $[10; 100]$ par $U(x) = x - 10 + \frac{900}{x}$.

1) Montrer que pour tout x de $[10; 100]$, $U'(x) = \frac{x^2 - 900}{x^2}$.

- 2) Étudier le signe de $U'(x)$.
- 3) Dresser le tableau de variations de la fonction U .
- 4) En déduire que la fonction U admet un extrémum local que l'on précisera.
- 5) Combien l'entreprise doit-elle produire d'objets par jour pour que le coût de production unitaire soit le plus bas ? Quel est alors ce coût ?

Partie B : Étude du bénéfice

On note $B(x)$ le bénéfice de l'entreprise, c'est-à-dire la différence entre la recette et le coût de production pour x objets.

- 1) Montrer que pour tout x de $[10; 100]$, $B(x) = -x^2 + 110x - 900$.
- 2) Étudier les variations de la fonction B .
- 3) En déduire le bénéfice maximal de l'entreprise par jour, ainsi que le nombre d'objets à produire pour l'obtenir.

Exercice 5

3 points

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{2}{3} \right\}$ par $f(x) = \frac{5x - 1}{3x - 2}$.

Étudier les variations de la fonction f et dresser son tableau de variations.