

Entrainement à l'épreuve anticipée de mathématiques

Voie générale : candidats suivant l'enseignement de spécialité de mathématiques.

Durée : 2 heures.

L'usage de la calculatrice n'est pas autorisé.

Indications numériques :

$$0,96 \times 60 = 57,6 \quad ; \quad 0,96 \times 62,5 = 60 \quad ; \quad 0,04 \times 12,5 = 0,5$$

PREMIÈRE PARTIE : AUTOMATISMES – QCM (6 points)

Pour cette première partie, aucune justification n'est demandée et une seule réponse est possible par question. Pour chaque question, reportez son numéro sur votre copie et indiquez votre réponse.

Question 1

L'expression $\frac{10^5 \times 10^{-2}}{10^4}$ est égale à :

- a) 10^{-1} b) 10^1 c) 10^{-10} d) 1

Question 2

Une baisse de 40 % suivie d'une hausse de 50 % revient à

- a) Une hausse de 10 % b) Une baisse de 10 %
c) Une baisse de 20 % d) Une hausse de 90 %

Question 3

Soit S l'ensemble des solutions de l'inéquation $x + 3 < 2x + 5$ dans \mathbb{R} . On a :

- a) $S =] - \infty ; -2[$ b) $S =] - \infty ; -2]$ c) $S =] - 2 ; +\infty[$ d) $S = [-2 ; +\infty[$

Question 4

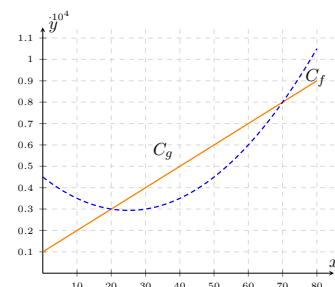
On considère deux fonctions f et g définies sur $[0 ; 80]$.

On dispose ci-contre de leurs courbes représentatives.

Soit h la fonction définie sur $[0 ; 80]$ par : $h(x) = g(x) - f(x)$.

Quelle est la solution de l'inéquation $h(x) > 0$?

- a) $[0 ; 20] \cup [70 ; 80]$ b) $]20 ; 70[$
c) $[20 ; 70]$ d) $]0 ; 20[\cup]70 ; 80[$



Question 5

On tire au hasard une carte d'un jeu de 32 cartes. La probabilité de tirer un roi ou un cœur est :

- a) $\frac{12}{32}$ b) $\frac{8}{32}$ c) $\frac{9}{32}$ d) $\frac{11}{32}$

Question 6

On considère les deux séries ci-dessous.

Série A : 9; 10; 10; 11 Série B : 11; 10; 6; 13

Une seule des quatre propositions suivantes est vraie. Laquelle ?

- La moyenne de la série A est strictement supérieure à la moyenne de la série B.
- La moyenne de la série B est strictement supérieure à la moyenne de la série A.
- La médiane de la série A est strictement supérieure à la médiane de la série B.
- La médiane de la série B est strictement supérieure à la médiane de la série A.

Question 7

Le coefficient directeur de la droite passant par $A(1; 5)$ et $B(3; 1)$ est :

- a) 2 b) -2 c) 0,5 d) -0,5

Question 8

L'expression développée de $(2x + 3)^2 - 4x^2$ est :

- a) 9 b) $6x + 9$ c) $8x^2 + 12x + 9$ d) $12x + 9$

Question 9

On considère un groupe d'élèves dont la répartition suivant la LV2 choisie et le sexe est donnée ci-dessous :

	Allemand	Espagnol	Total
Filles	30	20	50
Garçons	40	30	70
Total	70	50	120

On choisit un élève au hasard dans ce groupe.

Quelle est la probabilité que l'élève suive allemand LV2 sachant que c'est une fille ?

- a) 0,25 b) 0,6 c) $\frac{3}{7}$ d) $\frac{4}{7}$

DEUXIÈME PARTIE (14 points)

Exercice 1 (5 points)

Le but de l'exercice est d'étudier les variations de la fonction f définie pour tout réel $x \neq -1$ par :

$$f(x) = \frac{2x + 1}{x^3 + 1}$$

Partie A : Etude d'une fonction auxiliaire

Soit la fonction g définie sur \mathbb{R} par $g(x) = -4x^3 - 3x^2 + 2$.

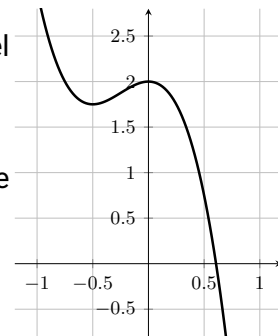
1. Justifier que g est dérivable sur \mathbb{R} puis montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$,

$$g'(x) = -6x(2x + 1)$$

2. Etudier le signe de g' sur \mathbb{R} .
3. En déduire le tableau de variations complet de g sur \mathbb{R} .
4. On admet que la fonction g s'annule une seule fois sur \mathbb{R} en un réel α .

On a représenté ci-contre la courbe de g .

Lire une valeur approchée de α avec la précision permise par le graphique.



5. Déterminer le signe de g sur \mathbb{R} .

Partie B : Etude des variations de f

1. Justifier que la fonction f est dérivable sur $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ puis montrer que pour tout $x \neq -1$:

$$f'(x) = \frac{g(x)}{(x^3 + 1)^2}$$

2. A l'aide de la partie A, étudier le signe de f' sur $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ puis en déduire le tableau de variations de f sur $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

Exercice 2 (3,5 points)

Le nombre d'arbres d'une forêt est modélisé par la suite (u_n) où u_n désigne le nombre d'arbres de la forêt, en milliers, au cours de l'année $2010+n$. En 2010, la forêt possède 50 000 arbres. Afin d'entretenir cette forêt vieillissante, un organisme régional d'entretien des forêts décide d'abattre chaque année 4% des arbres existants, et de replanter 2 500 nouveaux arbres.

1. Justifier que pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = 0,96u_n + 2,5$.
2. Pour tout entier naturel n , on pose $v_n = u_n - 62,5$.
Montrer que la suite (v_n) ainsi formée est géométrique et préciser sa raison.
3. Déterminer l'expression de v_n , puis celle de u_n , en fonction de n .
4. Démontrer que pour tout entier naturel n , $u_{n+1} - u_n = \frac{0,96^n}{2}$.
5. En déduire le sens de variation de (u_n) .

6. Recopier et compléter la fonction Python ci-contre qui renvoie la valeur de n à partir de laquelle le nombre d'arbre u_n dépasse 55 000.

```
def seuil():
    U = .....
    N = .....
    while (.....):
        U = .....
        N = .....
    return(.....)
```

Exercice 3 (4 points)

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J) .

On considère les points : $E(2; 1)$; $F(5; 2)$; $H(3; -2)$

1. Réaliser une figure qui sera complétée au fur et à mesure de l'exercice.
2. Déterminer une équation du cercle C de centre E passant par F .
3. Vérifier que H appartient au cercle C .
4. Montrer que la tangente (T_1) à C au point F a pour équation : $3x + y - 17 = 0$.
5. Déterminer une équation de la tangente (T_2) à C au point H .
6. Déterminer les coordonnées du point d'intersection de (T_1) et (T_2) , noté G .
7. Déterminer la nature du quadrilatère $EF GH$.

Exercice 4 (1,5 point)

On considère une expérience aléatoire d'univers Ω et deux évènements A et B tels que :

$$P(B) = \frac{3}{4} \quad ; \quad P(\bar{A} \cap B) = \frac{1}{6}$$

1. Calculer $P(A \cap B)$.
2. Déterminer $P(A)$ pour que les évènements A et B soient indépendants.