Exercice 1 : (3 points)

Soit (u_n) la suite définie pour tout entier naturel n par $u_n = \dfrac{2}{3n+2}$.

1. a) Montrer que, pour tout n de $\mathbb{N}$, $u_{n+1} - u_n = \dfrac{-6}{(3n+5)(3n+2)}$.
   b) En déduire le sens de variation de la suite (u_n).
2. À l'aide de la calculatrice, conjecturer la limite de la suite (u_n).

Exercice 2 : (8 points)

Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on considère les points $A(4\,;\,-1)$, $B(3\,;\,4)$ et $C(-1\,;\,1)$.

1. Faire une figure. Elle sera complétée par la suite.
2. Calculer le produit scalaire $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$.
3. En déduire la mesure de l'angle $\widehat{BAC}$, au degré près.
4. On note D le projeté orthogonal du point C sur la droite (AB).
   a) Justifier que $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = 15$.
   b) En déduire que $AD = \dfrac{15}{\sqrt{26}}$.
5. Calculer la valeur exacte de la hauteur issue de C dans le triangle ABC.
6. Calculer la valeur exacte de l'aire du triangle ABC.

Exercice 3 : (6 points)

Soit ABC un triangle tel que $AB = 4$ cm, $BC = 5$ cm et $\widehat{ABC} = 75°$.
Soit I le milieu du segment $[AB]$. *(On pourra faire une figure pour contrôler les résultats).*

1. Calculer la longueur AC (à $0{,}1$ cm près).
2. En écrivant $\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CI} + \overrightarrow{IB}$ et $\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{CI} + \overrightarrow{IA}$, montrer que $CB^2 + CA^2 = 2CI^2 + \dfrac{1}{2}AB^2$.
3. Déduire des questions précédentes la longueur CI de la médiane issue de C dans ABC (à $0{,}1$ cm près).
4. Déterminer l'ensemble (E) des points M tels que $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 12$.

Exercice 4 : QCM (3 points)

Pour chacune des questions, une seule des quatre réponses proposées est correcte.
Les questions sont indépendantes.
Pour chaque question, indiquer le numéro de la question et recopier sur la copie la lettre correspondante à la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée mais il peut être nécessaire d'effectuer des recherches au brouillon pour aider à déterminer votre réponse.
Chaque réponse correcte rapporte 1 point. Une réponse incorrecte ou une question sans réponse n'apporte ni ne retire de point.

Question 1
ABC est un triangle tel que $AB = 5$, $AC = 6$ et $\widehat{BAC} = \frac{\pi}{4}$. Alors $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ est égal à :

a. $15\sqrt{2}$	**b.** $15\sqrt{3}$	**c.** $\frac{15}{2}$	**d.** 15

Question 2
$\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont deux vecteurs orthogonaux tels que $\|\vec{u}\| = 2$ et $\|\vec{v}\| = 1$.
$(\vec{u} + \vec{v}) \cdot (2\vec{u} - \vec{v})$ est égal à :

a. 6	**b.** 9	**c.** 13	**d.** 7

Question 3
Soit $ABCD$ un carré de côté 6 et I le milieu de $[BC]$. Alors le produit scalaire $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AI}$ vaut :

a. -18	**b.** 18	**c.** 36	**d.** $9\sqrt{5}$