

Exercice 1

Thomas possède un lecteur MP3 sur lequel il a stocké plusieurs milliers de morceaux musicaux. L'ensemble des morceaux musicaux qu'il possède se divise en trois genres distincts selon la répartition suivante :

30% de musique classique, 45% de variété, le reste étant du Jazz.

Thomas a utilisé deux qualités d'encodage pour stocker ses morceaux musicaux : un encodage de haute qualité et un encodage standard. On sait que :

- Les $\frac{5}{6}$ des morceaux de musique classique sont encodés en haute qualité.
- Les $\frac{5}{9}$ des morceaux de variété sont encodés en qualité standard.

On considérera les évènements suivants :

C : « Le morceau écouté est un morceau de musique classique » ;

V : « Le morceau écouté est un morceau de variété » ;

J : « Le morceau écouté est un morceau de jazz » ;

H : « Le morceau écouté est encodé en haute qualité » ;

S : « Le morceau écouté est encodé en qualité standard ».

Thomas décide d'écouter un morceau au hasard parmi tous les morceaux stockés sur son MP3 en utilisant la fonction « lecture aléatoire ».

- 1) Construire un arbre pondéré (avec des fractions irréductibles sur les branches) traduisant les données de l'énoncé. On notera $P_J(H) = x$.
- 2) Calculer la probabilité que Thomas écoute un morceau de musique classique encodé en haute qualité.
- 3) On sait que $P(H) = \frac{13}{20}$. En détaillant votre démarche, déterminer la probabilité que le morceau soit encodé en haute qualité sachant que c'est un morceau de jazz.
- 4) Thomas écoute un morceau encodé en haute qualité. Calculer, sous forme de fraction irréductible, la probabilité que ce soit un morceau de variété.

Exercice 2

Indiquer, en justifiant, si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses.

1. Soient deux évènements A et B vérifiant $P(A) = 0,8$; $P(B) = 0,7$ et $P(A \cup B) = 0,94$.

Affirmation 1 : Les évènements A et B sont indépendants.

2. On considère la fonction g définie et dérivable sur $]0; +\infty[$ par $g(x) = 6\sqrt{x} + 6$. Dans un repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$ du plan, on considère les points $A(-4; 6)$ et $B(2; 15)$ et on note C_g la courbe représentative de la fonction g . On admet, pour tout réel x strictement positif, $g'(x) = \frac{3}{\sqrt{x}}$.

Affirmation 2 : La droite (AB) est tangente à C_g au point d'abscisse 4.

3. On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x|x|$.

Affirmation 3 : f est dérivable en 0.

Exercice 3

Soit f la fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 - 5x^2 + 6x + 2$.

Soit C_f la courbe représentative de la fonction f dans un repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

On admet que, pour tout réel x , $f'(x) = 3x^2 - 10x + 6$.

1. Déterminer les abscisses des points de C_f où la tangente est parallèle à l'axe des abscisses.
2.
 - a. Montrer que la tangente T à C_f au point d'abscisse 3 a pour équation $y = 3x - 7$.
 - b. Montrer que pour tout réel x , $x^3 - 5x^2 + 3x + 9 = (x + 1)(x^2 - 6x + 9)$.
 - c. Étudier la position relative de C_f et T selon les valeurs de x .

Exercice 4

Un certain type de poissons se reproduit rapidement dans un étang. Chaque mois, la population de poissons augmente de 30% et 15 poissons sont enlevés de l'étang par les scientifiques.

Au départ, il y a 80 poissons.

Un groupe de scientifiques modélise l'évolution de la population de poissons par la suite (u_n) où u_n est le nombre de poissons après n mois. On a donc $u_0 = 80$.

L'objectif de cet exercice est de déterminer à partir de quel mois le nombre de poissons dépassera 500, seuil au-delà duquel l'écosystème est menacé.

1. Justifier que, pour tout entier naturel n , on a : $u_{n+1} = 1,3u_n - 15$.

2. Calculer en détaillant les calculs u_1 et u_2 .
3. Compléter la fonction python ci-contre nommée `terme_u` de paramètre n pour qu'elle renvoie le terme d'indice n de la suite (u_n) .

```

1 def terme_u(n):
2     u = .....
3     for i in range (.....):
4         u = .....
5     return u
6

```

4. On admet que pour tout entier naturel n , on a : $u_n \geq 75$.
Démontrer que la suite (u_n) est croissante.

5. On veut utiliser l'algorithme ci-contre pour répondre à l'objectif de cet exercice.
Compléter cet algorithme.

```

1 def seuil():
2     u = .....
3     n = .....
4     while ..... :
5         u = .....
6         n = .....
7     return n

```

6. À l'aide de la calculatrice, déterminer, en justifiant, la valeur renvoyée par cet algorithme et interpréter ce résultat.

Exercice 5

Soit f la fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax^3 + bx^2 + 1$ où a et b sont deux réels non nuls.
On admet que pour tout réel $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = 3ax^2 + 2bx$.
La courbe C_f ci-dessous représente la fonction f sur $\mathbb{R}$.
 T est la tangente à C_f au point A d'abscisse -1 .

1. Déterminer **graphiquement** $f(-1)$ et $f'(-1)$.
2. En déduire **par le calcul** les valeurs de a et b .
3. On admet que $f'(-2) = 4$.
Construire sur la figure ci-dessous la tangente à C_f au point d'abscisse -2 .

