

Épreuve anticipée de mathématiques**Durée : 2 heures**

L'usage de la calculatrice n'est pas autorisé.

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements seront prises en compte dans l'appréciation de la copie. Les traces de recherche, mêmes incomplètes ou infructueuses, seront valorisées.

PREMIÈRE PARTIE : AUTOMATISMES - QCM (6 points)

Pour cette première partie, aucune justification n'est demandée et une seule réponse est possible par question. Pour chaque question, reportez son numéro sur votre copie et indiquez votre réponse.

Question 1

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x^2 + 6x - 8$.

Parmi les propositions suivantes, laquelle est juste ?

- a) $f(x) = 2(x - 4)(x + 1)$ b) $f(x) = (2x + 8)(2x - 2)$
c) $f(x) = 2(x + 4)(x - 1)$ d) $f(x) = 2(x + 3)(x - 2)$

Question 2

Dans un lycée, 50 élèves étudient le Grec, ce qui représente 4 % du nombre d'élèves inscrits dans ce lycée. Le nombre d'élèves inscrits dans ce lycée est égal à :

- a) 2 b) 200 c) 125 d) 1250

Question 3

Voici trois nombres : $A = \frac{1}{5}$ $B = \frac{19}{100}$ $C = 0,21$

Le classement par ordre croissant de ces trois nombres est :

- a) $A < B < C$ b) $A < C < B$ c) $B < A < C$ d) $C < B < A$

Question 4

Voici quatre nombres : $A = \left(\frac{1}{5}\right)^2$ $B = \left(\frac{1}{2}\right)^5$ $C = 0,05$ $D = \left(\frac{1}{3}\right)^3$

Le plus grand de ces nombres est :

a) A

b) B

c) C

d) D

Question 5

On considère $A = 10 + 0,1 + \frac{1}{1000}$. On a :

a) $A = \frac{10\,101}{1000}$

b) $A = \frac{1}{1000}$

c) $A = 10,101$

d) $A = 10,110$

Question 6

On considère $A = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \times \frac{4}{3}$.

a) $A = 0$

b) $A = -\frac{1}{6}$

c) $A = \frac{2}{3}$

d) $A = -1$

Question 7

La forme développée de $x - (2x - 3)^2$ est :

a) $-2x^2 + 13x - 9$

b) $-2x^2 - 11x + 9$

c) $-4x^2 + 13x - 9$

d) $-4x^2 - 11x + 9$

Question 8

L'équation $3x = 4x^2$ a pour ensemble solution :

a) $S = \{0\}$

b) $S = \left\{\frac{3}{4}\right\}$

c) $S = \left\{-\frac{3}{4}\right\}$

d) $S = \left\{0; \frac{3}{4}\right\}$

Question 9

Par combien faut-il multiplier une quantité positive pour que celle-ci diminue de 2,3 % ?

a) 1,23

b) 0,977

c) 0,77

d) 1,023

Question 10

Le prix d'un article est noté P . Il connaît deux augmentations de 20 %.

Le prix après ces augmentations est :

a) $P \times \left(1 + \left(\frac{20}{100}\right)^2\right)$

b) $P \times 1,40$

c) $\frac{P}{1,44}$

d) $P \times 1,2^2$

Question 11

On considère x, y, z des réels non nuls tels que $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{z}$.

On peut affirmer que :

a) $z = xy$

b) $z = x + y$

c) $z = \frac{xy}{x + y}$

d) $z = \frac{x + y}{xy}$

Question 12

Dans un repère orthonormé, on a tracé la courbe représentative d'une fonction f et sa tangente au point A d'abscisse 0.

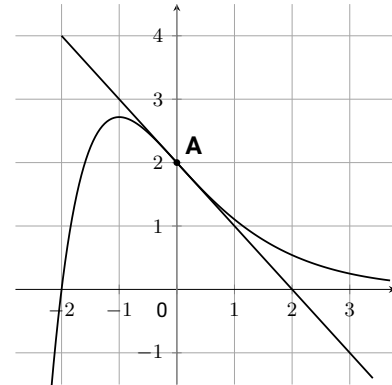
On note f' la dérivée de la fonction f . On a :

a) $f'(0) = 2$

b) $f'(0) = -1$

c) $f'(2) = -1$

d) $f'(-2) = 0$



DEUXIÈME PARTIE (14 points)

Exercice 1 (5 points)

Le directeur d'un cinéma de centre-ville a vu le nombre d'entrées diminuer de 10 % par an depuis l'ouverture en 2020, année au cours de laquelle il avait comptabilisé 200 000 entrées.

Pour tout entier naturel n , on modélise par u_n le nombre d'entrées dans ce cinéma l'année 2020 + n .

On définit ainsi la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$.

1. Donner u_0 .
2. Calculer le nombre d'entrées dans ce cinéma en 2021.
3. Montrer que la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite géométrique dont on précisera la raison.
4. Exprimer u_n en fonction de n , où n est un entier naturel.
5. En déduire le nombre d'entrées dans ce cinéma en 2025.
6. Selon ce modèle, combien d'entrées le directeur a-t-il comptabilisé entre 2020 et 2030 ?
On donnera une valeur approchée du résultat.
7. On cherche à déterminer au bout de combien d'années le nombre d'entrées dans ce cinéma sera inférieur ou égal à 100 000.
Pour cela, on programme une fonction, en langage Python, appelée `cinema` et sans argument :

```
def cinema() :
    N = 0
    U = 200 000
    while ..... :
        N = N + 1
        U = .....
    return .....
```

- Recopier ce programme et compléter les instructions manquantes afin de répondre au problème posé.
- Le programme renvoie la valeur 7. Interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.

Aide au calcul :

$0,9^5 \approx 0,5905$
 $0,9^6 \approx 0,5314$
 $0,9^7 \approx 0,4783$
 $0,9^8 \approx 0,4305$
 $0,9^9 \approx 0,3874$
 $0,9^{10} \approx 0,3487$
 $0,9^{11} \approx 0,3138$
 $0,9^{14} \approx 0,2288$

Exercice 2 (4 points)

Un village propose aux participants de la fête du sport deux épreuves : une randonnée et un cross. Il n'est pas possible de s'inscrire aux deux épreuves à la fois.

On dispose des informations suivantes :

- 90 % des participants ont choisi la randonnée, parmi eux, 5 % sont licenciés dans un club.
- 10 % des participants ont choisi le cross, parmi eux, 40 % sont licenciés dans un club.

Un journaliste interroge un participant au hasard.

On considère les évènements suivants :

R : « Le participant a choisi la randonnée »

L : « Le participant est licencié dans un club ».

- Par simple lecture de l'énoncé, indiquer :

- a. La probabilité que le participant interrogé soit licencié dans un club sachant qu'il a choisi la randonnée.
- b. La probabilité que le participant interrogé soit licencié dans un club sachant qu'il a choisi le cross.

En prenant connaissance de ces deux probabilités, le journaliste estime que s'il choisit un participant parmi ceux qui sont licenciés dans un club, la probabilité qu'il ait effectué le cross sera largement supérieure à 50 %.

L'objectif des questions suivantes est de vérifier si cette intuition est correcte.

2. Représenter la situation par un arbre de probabilité.
3.
 - a. Déterminer $P(R \cap L)$ puis interpréter cette probabilité dans le contexte de l'exercice.
 - b. Vérifier que la probabilité que le participant interrogé soit licencié dans un club est égale à 0,085.
4. Le journaliste interroge un participant licencié dans un club. Déterminer la probabilité que ce participant ait choisi le cross.
L'intuition du journaliste est-elle correcte ?
5. Les événements R et L sont-ils indépendants ? Justifier.

Exercice 3 (5 points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3x^3 - 5x^2 + 2$.

On note C_f sa courbe représentative dans un repère du plan.

1. Déterminer la dérivée f' de f .
2. Étudier le sens de variation de la fonction f .
3. On note T la tangente à C_f au point d'abscisse -1 .
Donner l'équation réduite de la tangente T .
4. Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = 3x^3 - 4x + 1$.
On note C_g sa courbe représentative dans le même repère que la courbe C_f .
 - a. Montrer que pour tout nombre réel x , $f(x) - g(x) = -5x^2 + 4x + 1$.
 - b. Étudier le signe de $f(x) - g(x)$.
 - c. En déduire la position relative des courbes C_f et C_g sur $\mathbb{R}$.