

Exercice 1

6 points

Test d'automatismes – Pour chaque question, indiquer sur votre copie la lettre correspondant à la bonne réponse. Aucune justification n'est attendue.

1. L'ensemble des solutions de l'inéquation $2x^2 - 8 \leq 0$ est...
 a) $] -\infty ; -2[\cup] 2 ; +\infty[$ b) $] -\infty ; -2] \cup [2 ; +\infty[$ c) $[-2 ; 2]$ d) $\emptyset$
2. Un smartphone a une capacité de stockage de 60 Go. Le système d'exploitation occupe 6 Go et les applications installées occupent 40 % de l'espace total. Quel espace de stockage reste disponible?
 a) 51,6 Go b) 36 Go c) 30 Go d) 24 Go
3. x est un nombre réel inférieur à 1 tel que $(x - 1)^2 = 0,01$. La valeur de x est...
 a) 0,9999 b) 0,9 c) 0,1 d) 1,1
4. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -2x^3 + 1$ et C_f sa courbe représentative dans un repère. Le point de C_f d'abscisse -2 a pour ordonnée...
 a) -15 b) 17 c) -7 d) 13
5. Le nombre $\left(\frac{3}{7}\right)^3 \times \left(\frac{14}{9}\right)^2$ est égal à...
 a) $\frac{4}{21}$ b) $\frac{4}{7}$ c) $\frac{12}{7}$ d) $\frac{4}{63}$
6. Laquelle de ces fonctions est de signe constant sur $\mathbb{R}$?
 a) $f(x) = 2x + 3$ b) $g(x) = -x^2 - 3x$
 c) $h(x) = x^2 - 4x + 5$ d) $u(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$

Exercice 2

6 points

En justifiant soigneusement, indiquer si chacune des affirmations suivantes est vraie ou fausse.

1. Soit u la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $u(x) = x^2 + 1$ et C sa courbe représentative dans un repère.
Affirmation : La tangente (T) à C au point d'abscisse 1 a pour équation $y = 2x + 2$.
2. Soit v la fonction définie sur $\mathbb{R}^+$ par $v(x) = \sqrt{x}$.
Affirmation : v est dérivable en 4 et $v'(4) = \frac{1}{4}$.
3. Soit w la fonction définie sur $[-2 ; +\infty[$ par $w(x) = \sqrt{x + 2}$.
Affirmation : w est dérivable en -2 et $w'(-2) = 0$.

Exercice 3

6 points

Soit f la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par : $f(x) = \frac{1}{x^2}$. On note C_f sa courbe dans un repère.

1. Soit $a > 0$. Montrer que f est dérivable en a et vérifier que $f'(a) = -\frac{2}{a^3}$.
2. C_f admet-elle des tangentes horizontales ?
3. Vérifier que pour tout réel x , $x^3 - 1 = (x - 1)(x^2 + x + 1)$.
4. C_f admet-elle des tangentes parallèles à la droite (d) d'équation $y = -2x + 1$?

Exercice 4

8 points

Un restaurant propose à sa carte deux desserts différents :

- le premier dessert est un assortiment de macarons et est choisi par 40 % des clients,
- le second dessert est une part de tarte et est choisie par 30 % des clients.

Les autres clients ne prennent pas de dessert. Aucun client ne prend plusieurs desserts.

Le restaurateur a remarqué que 70 % des clients qui ont pris un assortiment de macarons commandent ensuite un café, 40 % de ceux qui ont pris une part de tarte demandent par la suite un café et 90 % de ceux qui ne prennent pas de dessert terminent leur repas par un café. On interroge au hasard un client et on note :

- M : « Le client prend un assortiment de macarons. »
- T : « Le client prend une part de tarte. »
- N : « Le client ne prend pas de dessert. »
- C : « Le client prend un café. »

1. Construire un arbre de probabilités décrivant la situation.
2. Définir par une phrase les probabilités $P(T \cap C)$ et $P_M(C)$ (on ne demande pas de les calculer).
3. Calculer $P(T \cap C)$ puis $P(C)$.
4. Calculer $P(T \cup C)$ et interpréter le résultat obtenu.
5. On rencontre un client ayant pris un café. Quelle est la probabilité qu'il ait commandé une part de tarte ? On donnera le résultat sous forme d'une fraction irréductible.

Exercice 5

4 points

Un test de dépistage permet de déceler la présence d'une maladie parmi les individus d'une population.

- La **sensibilité** d'un test est sa capacité à détecter une maladie lorsqu'elle est présente.
- La **valeur prédictive** d'un test positif (VPP) est la probabilité que la maladie soit présente lorsque le test est positif.

Une étude statistique montre que 4 % de la population d'un pays est atteinte par une certaine maladie. Un laboratoire pharmaceutique a développé un nouveau test de dépistage. Les essais sur un groupe témoin ont donné les résultats suivants :

	Malades	Non malades	Total
Test +	340		500
Test –			
Total			10 000

On choisit une personne au hasard dans l'échantillon et on s'intéresse aux événements suivants : M : « Elle est atteinte par la maladie » et T : « Elle est positive au test ».

1. Que représente la sensibilité clinique du test en termes de probabilité conditionnelle ?
2. Que représente la VPP en termes de probabilité conditionnelle ?
3. Compléter le tableau précédent.
4. Déterminer par le calcul la VPP et la sensibilité de ce nouveau test de dépistage.