

L'usage de la calculatrice est autorisé, à condition que le mode Examen soit activé.  
Les élèves **bénéficiant d'un tiers-temps** ne traiteront pas les questions marquées d'une étoile (\*).

## Exercice 1 : Étude d'une fonction

On considère la fonction polynôme du troisième degré  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :

$$f(x) = x^3 + 3x^2 + 3x - 63.$$

On appelle  $\mathcal{C}$  sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

1. Calculer la dérivée  $f'$  de  $f$ .
2. Étudier les variations de la fonction  $f$  sur  $\mathbb{R}$ .
3. (\*) Déterminer en quels points de la courbe  $\mathcal{C}$  la tangente à la courbe est parallèle à la droite d'équation  $y = 3x - 100$ .

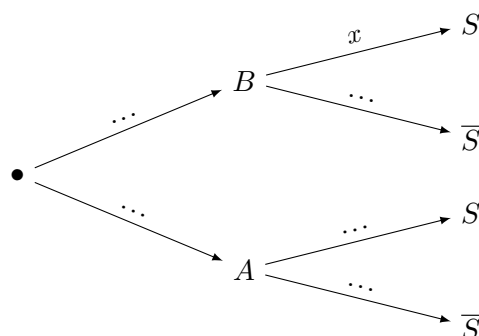
## Exercice 2 : Probabilités

Un libraire dispose d'un stock de magazines. On sait que 40 % des magazines proviennent d'un fournisseur A et le reste d'un fournisseur B. Il constate que 91 % des magazines reçus sont vendus dans la semaine. Il constate également que 85 % des magazines provenant du fournisseur A sont vendus dans la semaine.

Le responsable des achats prend au hasard un magazine dans le stock. On considère les événements suivants :

- $A$  : « Le magazine provient du fournisseur A. »
- $B$  : « Le magazine provient du fournisseur B. »
- $S$  : « Le magazine est vendu dans la semaine. »

1. On note  $P_B(S) = x$ . Compléter l'arbre pondéré ci-dessous traduisant la situation :



2. (\*) Calculer la probabilité que le magazine choisi au hasard provienne du fournisseur A et qu'il soit vendu dans la semaine.
3. Démontrer que  $0,34 + 0,6x = 0,91$  et en déduire  $P_B(S)$ .
4. Le magazine choisi est vendu dans la semaine. Calculer la probabilité, arrondie à  $10^{-3}$ , qu'il provienne du fournisseur B.

### Exercice 3 : Suites numériques

D'après l'ADEME (Agence De l'Environnement et de la Maîtrise de l'Énergie), chaque Français a produit une masse moyenne de 365 kg de déchets ménagers en 2018.

Un maire, étant informé que la masse moyenne en déchets ménagers dans sa commune en 2018 était de 400 kg par habitant, décide d'une campagne annuelle de sensibilisation au recyclage qui conduit à une réduction de cette production de 1,5 % par an, et cela dès l'année 2019.

On modélise alors la masse moyenne de déchets ménagers par habitant calculée en fin d'année dans cette commune par une suite  $(d_n)$  où pour tout entier naturel  $n$ ,  $d_n$  correspond à la masse moyenne de déchets ménagers par habitant, en kg, pour l'année  $2018 + n$ . Ainsi  $d_0 = 400$ .

1. (\*) Prouver que  $d_1 = 394$ . Interpréter ce résultat.
2. Déterminer la nature de la suite  $(d_n)$ . Préciser sa raison et son premier terme.
3. Pour tout entier naturel  $n$ , exprimer  $d_n$  en fonction de  $n$  et en déduire la masse moyenne, arrondie à l'unité, de déchets ménagers par habitant pour l'année 2022.
4. (\*) À l'aide de la calculatrice, déterminer en quelle année la masse moyenne de déchets ménagers par habitant deviendra inférieure à 365 kg.

### Bonus

Écrire une fonction Python qui retourne l'année à laquelle la masse moyenne de déchets ménagers par habitant de la commune devient inférieure à 365 kg.