Exercice 1 :

Partie A

Soit f la fonction définie sur $[0\,;\,+\infty[$ par $f(t) = 0{,}5te^{-0{,}5t}$.

1. Étudier la limite de f en $+\infty$.
2. Étudier les variations de la fonction f, puis dresser son tableau de variations sur $[0\,;\,+\infty[$.

Partie B

On fait absorber à un animal un médicament dosé à 1 mg de principe actif. Ce médicament libère peu à peu le principe actif qui passe dans le sang. On appelle $g(t)$ la quantité de principe actif, exprimée en mg, présente dans le sang à l'instant t exprimé en heures ($t > 0$).

On constate expérimentalement que la fonction g est solution de l'équation différentielle :

$$(E) : y' + 0{,}5y = 0{,}5e^{-0{,}5t}$$

1. (a) Déterminer le réel a pour que la fonction u définie par $u(t) = ate^{-0{,}5t}$ soit une solution de l'équation (E).
   (b) Déterminer toutes les solutions de l'équation différentielle : $y' + 0{,}5y = 0$.
   (c) En déduire toutes les solutions de l'équation (E).
2. On suppose qu'à l'instant $t = 0$, la quantité de principe actif présente dans le sang est nulle. Montrer que la solution de l'équation différentielle (E) qui vérifie cette condition initiale est la fonction f définie à la partie A.
3. On donne le script en python ci-contre :

   a) Expliquer pourquoi il est certain que la fonction `med` renvoie une valeur en sortie.

   b) Quelle valeur la fonction `med` renvoie-t-elle ?

   c) L'absorption du médicament par l'animal a lieu un matin à 8 h. À quelle question la fonction `med` permet-elle de répondre ?

```
from math import exp
def f(t):
   return 0.5*t*exp(-0.5*t)
def med():
   n=3
   while f(n)>0.1:
     n=n+1
   return n
```

Exercice 2 : Compléter les éléments demandés, sans justifier les réponses.

1. Soit l'équation différentielle $(E_1) : y' + 2y = -8$.
où y est une fonction de la variable réelle x, définie et dérivable sur $\mathbb{R}$, et y' la fonction dérivée de y.

a) Résoudre l'équation différentielle (E_1).	
b) Déterminer la solution f de (E_1) vérifiant la condition $f(1) = 4$.	
c) Donner graphiquement l'allure de la courbe représentative de f (préciser les équations des éventuelles asymptotes).	

2. On considère l'équation différentielle : $(E_2) \quad y' - y = 2\cos(x) + 4\sin(x)$
où y est une fonction de la variable réelle x, définie et dérivable sur $\mathbb{R}$, et y' la fonction dérivée de y.

a) On cherche une solution particulière de (E_2) de la forme $y_p(x) = a\cos(x) + b\sin(x)$ avec $(a, b) \in \mathbb{R}^2$. Déterminer cette solution particulière y_p.	Système vérifié par a et b : $y_p(x) =$
b) Déterminer l'ensemble des solutions de (E_2).	