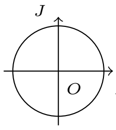
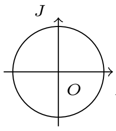
Exercice 1 **(5 points)**

Compléter les éléments demandés, sans justifier les réponses.

Question	Illustration	Réponse
a) Résoudre dans $[0; 2\pi]$ l'équation : $2\cos(x) + 1 = 0$.		$S = \ldots\ldots$
b) Résoudre dans $[-\pi; \pi]$ l'inéquation : $\sin(x) < \frac{\sqrt{2}}{2}$.		$S = \ldots\ldots$
c) Déterminer la fonction dérivée de $f(x) = 3x\cos(5x + 2)$.	$f'(x) = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$	
d) Déterminer la fonction dérivée de $g(x) = \dfrac{\sin(x)}{\sin(x) + 5}$.	$g'(x) = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$	

Exercice 2 **(4 points)**

Les questions suivantes sont indépendantes.

1. On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = \sin(2x)$. La fonction g est-elle concave sur $\left]\frac{\pi}{2}; \pi\right[$?
2. Déterminer une primitive H sur $]0; \pi[$ de la fonction définie par $h(x) = \dfrac{\cos(x)}{\sin(x)}$.
3. Résoudre l'inéquation $\sqrt{2} - 2\cos(x) \geq 0$ sur l'intervalle $[0; 2\pi]$.

Exercice 3 **(4 points)**

Pour cet exercice, on attend les justifications habituelles.

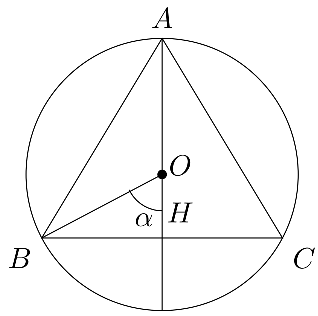
Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $h(x) = \sin(x) - (\sin(x))^2$.

1. Prouver que, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $h'(x) = \cos(x)\,(1 - 2\sin(x))$.
2. Dresser le tableau de variations de h sur $[0\,;\,2\pi]$, en précisant les valeurs des extremums.

Exercice 4 (6 points)

Un triangle ABC isocèle, de sommet principal le point A, est inscrit dans le cercle de centre O et de rayon 1. H est le pied de la hauteur issue de A.
On désigne par α une mesure en radians de l'angle $\widehat{BOH}$ et on suppose que :

$$0 \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}.$$



1. (a) Exprimer les distances BH et OH en fonction de α puis en déduire BC et AH en fonction de α.
   (b) Calculer, en fonction de α, l'aire du triangle ABC.
2. On considère la fonction f définie sur $\left[0\,;\,\frac{\pi}{2}\right]$ par : $f(x) = \sin(x)(1+\cos(x))$.
   (a) Démontrer que $f'(x) = 2\cos^2(x) + \cos(x) - 1$.
   (b) Vérifier que $f'(x)$ peut aussi s'écrire $2(\cos(x)+1)\left(\cos(x) - \frac{1}{2}\right)$.
   (c) Quel est le signe de $\cos(x) + 1$?
   (d) Résoudre l'inéquation $\cos(x) - \frac{1}{2} > 0$ sur $\left[0\,;\,\frac{\pi}{2}\right]$ et en déduire le signe de $f'(x)$ sur $\left[0\,;\,\frac{\pi}{2}\right]$.
   (e) Dresser le tableau de variation de f (complet : avec toutes les images).
   (f) En déduire la valeur de α pour laquelle l'aire de ABC est maximale.