

Exercice 1

/ 5 points

1. Soit (u_n) la suite arithmétique de raison -2 et de premier terme $u_1 = 0, 5$.
 - a. Donner la forme récurrente de la suite (u_n) .
 - b. Exprimer u_n en fonction de n .
 - c. Calculer u_{13} .
 - d. Donner les variations de la suite (u_n) . Justifier.
 - e. Calculer la somme des 11 premiers termes de la suite $\left(\sum_{k=1}^{11} u_k\right)$.
2. Soit (v_n) la suite géométrique de raison $\frac{1}{2}$ et de premier terme $v_0 = -1$.
 - a. Donner la forme récurrente de la suite (v_n) .
 - b. Exprimer v_n en fonction de n .
 - c. Calculer v_{20} .
 - d. Donner les variations de la suite (v_n) . Justifier.
 - e. Calculer la somme des 11 premiers termes de la suite $\left(\sum_{k=0}^{10} v_k\right)$.

Exercice 2

/ 8 points

Une société produit des bactéries pour l'industrie. En laboratoire, il a été mesuré que, dans un milieu nutritif approprié, la masse de ces bactéries, mesurée en grammes, augmente de 20 % en un jour. La société met en place le dispositif industriel suivant.

Dans une cuve de milieu nutritif, on introduit initialement 1 kg de bactéries. Ensuite, chaque jour, à heure fixe, on remplace le milieu nutritif contenu dans la cuve. Durant cette opération, 100 g de bactéries sont perdus.

L'entreprise se fixe pour objectif de produire 30 kg de bactéries.

1. Montrer que l'on peut modéliser l'évolution de la population de bactéries dans la cuve par la suite (u_n) définie de la façon suivante, pour tout entier naturel n :

$$u_{n+1} = 1,2u_n - 100$$

u_n représentant la production le $n^{\text{ième}}$ jour. On précisera le premier terme u_0 .

2. On définit la suite (v_n) par, pour tout entier naturel n ,

$$v_n = u_n - 500.$$

- a. Démontrer que la suite (v_n) est une suite géométrique.

- b. Exprimer v_n , puis u_n , en fonction de n .
- c. Au bout de combien de jours la masse de bactéries dépassera 30 kg ?
- d. Conjecturer la limite de la suite (u_n) .

Exercice 3

/ 8 points

Un globetrotter a parié qu'il pouvait parcourir 5 000 km à pied. Il peut, frais et dispo, parcourir 50 km en une journée, mais chaque jour, la fatigue s'accumule et donc sa performance diminue de 1 % tous les jours.

On notera d_n la distance parcourue durant le $n^{\text{ième}}$ jour.

1.
 - a. Calculer les distances d_1, d_2, d_3 .
 - b. Donner l'expression de d_{n+1} en fonction de d_n .
 - c. En déduire la nature de la suite (d_n) et l'expression de d_n en fonction de n .
2. Calculer, en fonction de n , le nombre total L_n de kilomètres parcourus au bout de n jours.
3. Justifier que $L_n < 5000$ pour tout n . Que dire du pari du globe trotter ?
4. À l'aide de la calculatrice, déterminer le nombre minimal de jours N qui lui seraient nécessaires pour parcourir 4999 km.