

Exercice 1 (5 points)

ABC est un triangle tel que $AB = 6$, $AC = 7$ et $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 21$.

1. Calculer une mesure de l'angle $\widehat{BAC}$. On arrondira cette mesure à l'unité de degré.
2.
 - a) Calculer $\|\vec{BA} + \vec{AC}\|^2$.
 - b) En déduire BC .
3.
 - a) Vérifier que pour tous vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$: $\|\vec{u} - \vec{v}\|^2 = \|\vec{u}\|^2 + \|\vec{v}\|^2 - 2\vec{u} \cdot \vec{v}$.
 - b) Utiliser cette relation pour calculer les produits scalaires $\vec{CA} \cdot \vec{CB}$ et $\vec{BA} \cdot \vec{BC}$.

Exercise 2 (4 points)

$ABCD$ est un parallélogramme tel que : $AB = 5$, $AD = 3$ et $\widehat{DAB} = 60^\circ$.

1. Calculer le produit scalaire $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}$.
2. Calculer la longueur BD .
3. Calculer la longueur AC .

Exercise 3 (4 points)

Soient A et B deux points tels que $AB = 6$.

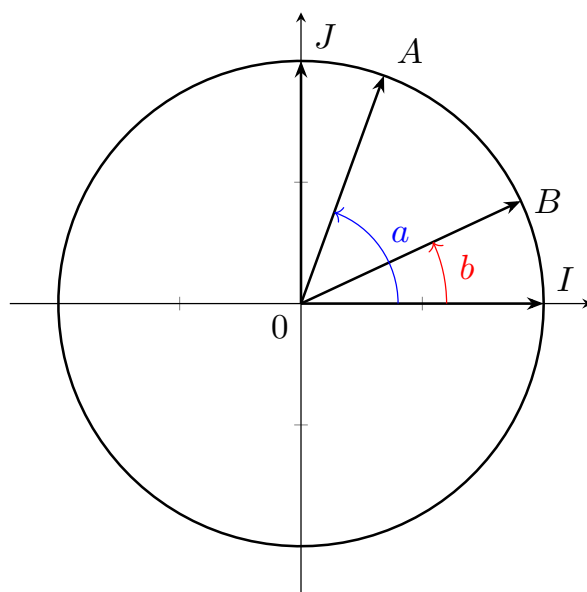
1. Donner et tracer l'ensemble des points M vérifiant $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = k$ lorsque :
- a) $k = 0$ b) $k = -2$ c) $k = 4$

**** On pourra utiliser le milieu O de $[AB]$ pour prouver que $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = MO^2 - OA^2$ ****

2. Que peut-on dire de l'ensemble des points M tels que $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = -12$?
3. Soit Δ , une droite qui coupe (AB) en A .
 - a) Placer sur Δ , en justifiant, le point C tel que $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 3$.
 - b) Où sont situés les points M tels que $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AM} = 3$?

Exercice 4 (7 points)

Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$, on considère le cercle de centre O et de rayon 1. A et B sont deux points de ce cercle.



1. Écrire les coordonnées des vecteurs $\vec{OA}$ et $\vec{OB}$ en fonction des angles a et b .
2. Calculer le produit scalaire $\vec{OA} \cdot \vec{OB}$ à l'aide des coordonnées obtenues à la question précédente.
3. Exprimer l'angle $\widehat{BOA}$ en fonction de a et b puis calculer le produit scalaire $\vec{OA} \cdot \vec{OB}$ en utilisant la première formule définissant le produit scalaire.
4. Dédire des questions précédentes une expression de $\cos(a - b)$, puis celle de $\cos(a + b)$.
5. À partir des valeurs exactes des angles $\frac{\pi}{6}$ et $\frac{\pi}{4}$, déterminer les valeurs exactes de $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$ et $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$.