

Exercice n°1

Pour placer les points, on cherche pour chaque réel sa mesure principale ou une mesure équivalente simple.

- Pour $A\left(\frac{2\pi}{3}\right)$: C'est un angle de référence.
- Pour $B\left(\frac{17\pi}{6}\right)$: On décompose la fraction. $\frac{17\pi}{6} = \frac{12\pi + 5\pi}{6} = \frac{12\pi}{6} + \frac{5\pi}{6} = 2\pi + \frac{5\pi}{6}$. Le point B est donc confondu avec le point d'angle $\frac{5\pi}{6}$.
- Pour $C\left(-\frac{25\pi}{3}\right)$: On cherche un multiple de 2π proche. $-\frac{25\pi}{3} = -\frac{24\pi + \pi}{3} = -\frac{24\pi}{3} - \frac{\pi}{3} = -8\pi - \frac{\pi}{3} = -4 \times 2\pi - \frac{\pi}{3}$. Le point C est donc confondu avec le point d'angle $-\frac{\pi}{3}$.
- Pour $D\left(-\frac{45\pi}{12}\right)$: On simplifie d'abord la fraction. $-\frac{45\pi}{12} = -\frac{15 \times 3\pi}{4 \times 3} = -\frac{15\pi}{4}$. Ensuite, on décompose : $-\frac{15\pi}{4} = -\frac{16\pi - \pi}{4} = -4\pi + \frac{\pi}{4}$. Le point D est donc confondu avec le point d'angle $\frac{\pi}{4}$.

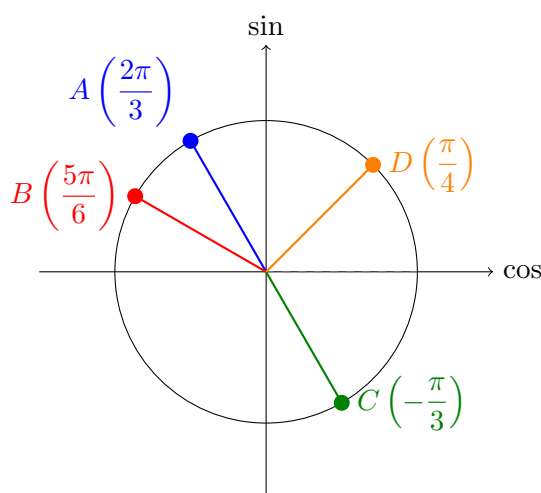


FIGURE 1 – Placement des points sur le cercle trigonométrique.

Exercice n°2

On a $\cos(x) = 0,4$ et $x \in]-\pi ; 0[$.

- a) Pour calculer $\sin(x)$, on utilise la relation fondamentale de la trigonométrie : $\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1$.

$$\sin^2(x) = 1 - \cos^2(x)$$

$$\sin^2(x) = 1 - (0,4)^2$$

$$\sin^2(x) = 1 - 0,16$$

$$\sin^2(x) = 0,84$$

Donc, $\sin(x) = \sqrt{0,84}$ ou $\sin(x) = -\sqrt{0,84}$.

On sait que $x \in]-\pi; 0[$. Sur cet intervalle (troisième et quatrième quadrants), le sinus est négatif.

On choisit donc la solution négative. $\sin(x) = -\sqrt{0,84} \approx -0,917$.

$$\sin(x) \approx -0,917$$

- b) On cherche x tel que $\cos(x) = 0,4$ et $x \in]-\pi; 0[$. À l'aide de la calculatrice, la solution de $\cos(x) = 0,4$ dans l'intervalle $[0; \pi]$ est $x_0 = \arccos(0,4) \approx 1,159$ rad.

Les solutions de l'équation $\cos(x) = 0,4$ sont de la forme $x = x_0 + 2k\pi$ ou $x = -x_0 + 2k\pi$, avec $k \in \mathbb{Z}$.

On cherche la solution qui appartient à l'intervalle $]-\pi; 0[$.

- Pour $x = 1,159 + 2k\pi$: aucune valeur de k ne donne un résultat dans $]-\pi; 0[$.
- Pour $x = -1,159 + 2k\pi$: si $k = 0$, on obtient $x = -1,159$.

On vérifie que $-1,159$ est bien dans l'intervalle $]-\pi; 0[$ (car $-\pi \approx -3,14$). C'est la seule solution.

$$x \approx -1,159 \text{ rad}$$

Exercice n°3

On a $\cos(x) = 0,8$ et $\sin(x) = 0,6$.

a) et

- b) Le point A a pour coordonnées $(\cos(x); \sin(x))$, soit $A(0,8; 0,6)$.

Le point B est associé au réel $x+\pi$. Ses coordonnées sont : $(\cos(x+\pi); \sin(x+\pi)) = (-\cos(x); -\sin(x)) = (-0,8; -0,6)$. B est le symétrique de A par rapport à l'origine O .

Le point C est associé au réel $\pi-x$. Ses coordonnées sont : $(\cos(\pi-x); \sin(\pi-x)) = (-\cos(x); \sin(x)) = (-0,8; 0,6)$. C est le symétrique de A par rapport à l'axe des ordonnées.

- c) D'après les calculs précédents : Pour le réel $x + \pi$: $\cos(x + \pi) = -0,8$ et $\sin(x + \pi) = -0,6$.

Pour le réel $\pi - x$: $\cos(\pi - x) = -0,8$ et $\sin(\pi - x) = 0,6$.

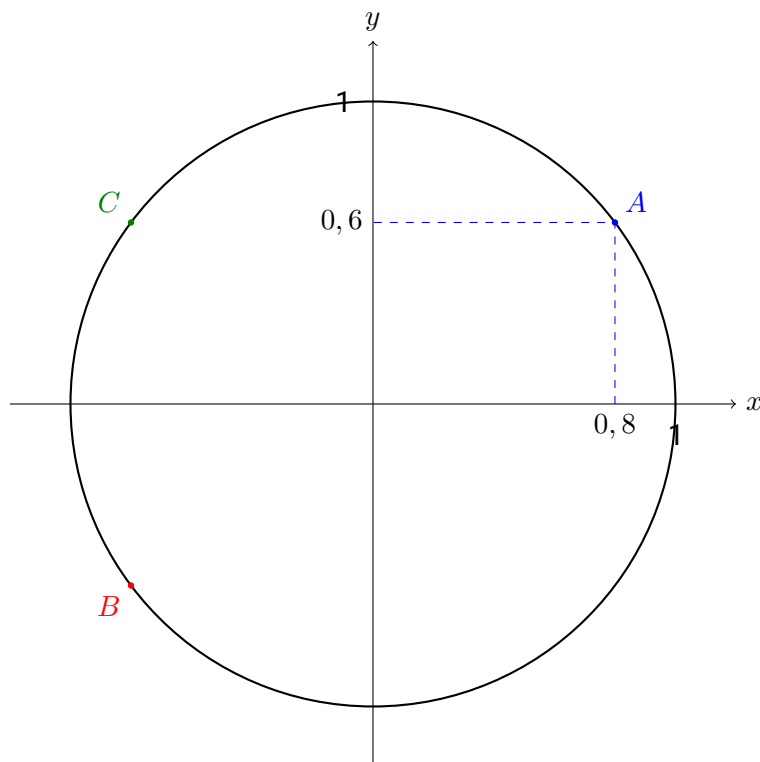
Exercice n°4

Soit $f(x) = -5 \cos(x)$ définie sur $\mathbb{R}$.

- a) On calcule $f(-x)$: $f(-x) = -5 \cos(-x)$. La fonction cosinus est paire, donc $\cos(-x) = \cos(x)$ pour tout réel x . Ainsi, $f(-x) = -5 \cos(x) = f(x)$.

Puisque $f(-x) = f(x)$, la fonction f est **paire**. La conséquence graphique est que sa courbe représentative $\mathcal{C}_f$ est **symétrique par rapport à l'axe des ordonnées**.

- b) On calcule $f(x+2\pi)$: $f(x+2\pi) = -5 \cos(x+2\pi)$. La fonction cosinus est périodique de période 2π , donc $\cos(x+2\pi) = \cos(x)$ pour tout réel x . Ainsi, $f(x+2\pi) = -5 \cos(x) = f(x)$.


FIGURE 2 – Placement des points A , B et C .

Puisque $f(x+2\pi) = f(x)$, la fonction f est 2π -**périodique**. La conséquence graphique est que sa courbe représentative $\mathcal{C}_f$ se répète à l'identique sur chaque intervalle de longueur 2π . On peut l'obtenir en entier par des translations de vecteur $k \times 2\pi\vec{i}$ ($k \in \mathbb{Z}$) de la courbe tracée sur un intervalle de longueur 2π .

c) Calcul de valeurs :

- $f(0) = -5 \cos(0) = -5 \times 1 = \boxed{-5}$.
- $f(\pi/4) = -5 \cos(\pi/4) = -5 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \boxed{-\frac{5\sqrt{2}}{2} \approx -3,54}$.
- $f(\pi/2) = -5 \cos(\pi/2) = -5 \times 0 = \boxed{0}$.
- $f(3\pi/4) = -5 \cos(3\pi/4) = -5 \times \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \boxed{\frac{5\sqrt{2}}{2} \approx 3,54}$.

d) Tracé de la courbe :

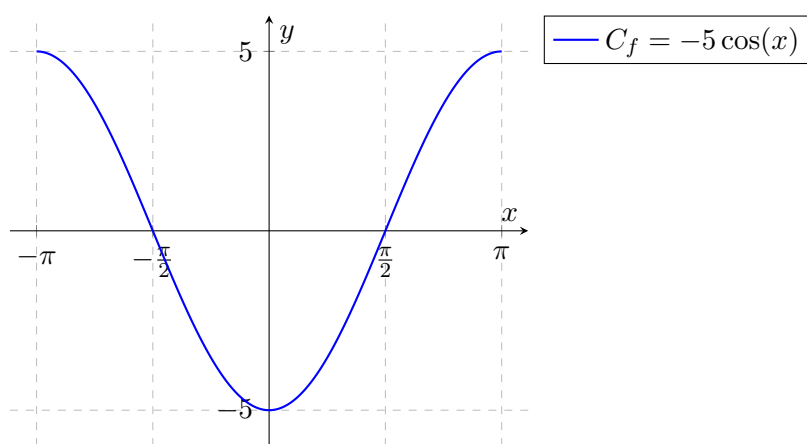


FIGURE 3 – Courbe représentative de la fonction f sur $[-\pi ; \pi]$.