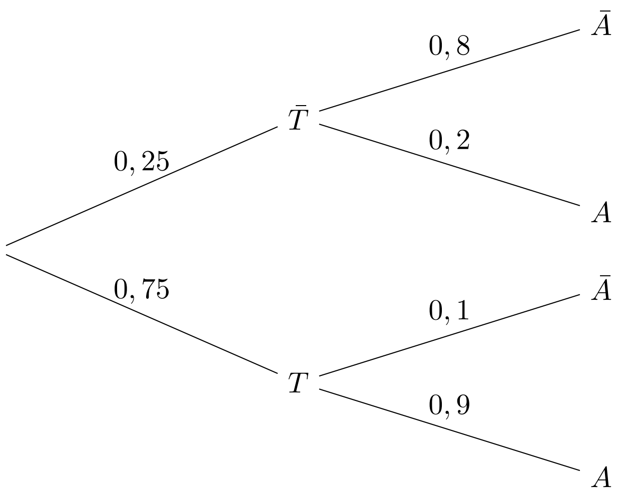
Correction de l'Exercice 1

1. Traduisons les données de l'énoncé en termes de probabilités :
   - « Les trois quarts des élèves travaillent sérieusement » : $P(T) = \dfrac{3}{4} = 0,75$.
   - Par conséquent, la probabilité qu'un élève n'ait pas travaillé sérieusement est : $P(\bar{T}) = 1 - P(T) = 1 - 0,75 = 0,25$.
   - « Une probabilité de $0,9$ d'obtenir son bac s'il a travaillé sérieusement » : il s'agit d'une probabilité conditionnelle, $P_T(A) = 0,9$.
   - « Une probabilité de $0,2$ s'il n'a pas travaillé sérieusement » : $P_{\bar{T}}(A) = 0,2$.

   On peut en déduire les probabilités des événements contraires :
   - $P_T(\bar{A}) = 1 - P_T(A) = 1 - 0,9 = 0,1$.
   - $P_{\bar{T}}(\bar{A}) = 1 - P_{\bar{T}}(A) = 1 - 0,2 = 0,8$.

   L'arbre pondéré est donc le suivant :



2. On cherche les probabilités de deux intersections. On utilise la formule $P(X \cap Y) = P(X) \times P_X(Y)$.
   - Calcul de $P(T \cap \bar{A})$: $P(T \cap \bar{A}) = P(T) \times P_T(\bar{A}) = 0,75 \times 0,1 = 0,075$. La probabilité que le candidat ait travaillé sérieusement et soit refusé est de $0,075$.
   - Calcul de $P(\bar{T} \cap A)$: $P(\bar{T} \cap A) = P(\bar{T}) \times P_{\bar{T}}(A) = 0,25 \times 0,2 = 0,05$. La probabilité que le candidat n'ait pas travaillé sérieusement et soit admis est de $0,05$.

   Donc, $\boxed{P(T \cap \bar{A}) = 0,075}$ et $\boxed{P(\bar{T} \cap A) = 0,05}$.

3. (a) Pour démontrer que $P(A) = 0,725$, on utilise la formule des probabilités totales. L'événement A peut se réaliser de deux manières disjointes : soit le candidat a travaillé et est admis ($T \cap A$), soit il n'a pas travaillé et est admis ($\bar{T} \cap A$).

   $P(A) = P(T \cap A) + P(\bar{T} \cap A)$

   On calcule d'abord $P(T \cap A) = P(T) \times P_T(A) = 0,75 \times 0,9 = 0,675$.

On a déjà calculé $P(\bar{T} \cap A) = 0,05$.

Donc, $P(A) = 0,675 + 0,05 = 0,725$.

Conclusion : La probabilité que le candidat interrogé soit admis est bien $\boxed{P(A) = 0,725}$.

(b) On cherche la probabilité que le candidat ait travaillé sérieusement **sachant qu'il est admis**. Il s'agit de la probabilité conditionnelle $P_A(T)$.

Par définition : $P_A(T) = \dfrac{P(A \cap T)}{P(A)}$.

On a calculé les deux termes nécessaires : $P(A \cap T) = 0,675$ et $P(A) = 0,725$.

$P_A(T) = \dfrac{0,675}{0,725} \approx 0,93103...$

Arrondi au millième, on obtient $\boxed{P_A(T) \approx 0,931}$.

4. Pour savoir si les événements A et T sont indépendants, on compare $P(A)$ et $P_T(A)$ (ou $P(T)$ et $P_A(T)$).

   D'une part, $P(A) = 0,725$.

   D'autre part, $P_T(A) = 0,9$.

   Puisque $P(A) \neq P_T(A)$, les événements A et T **ne sont pas indépendants**.

   Autre méthode : On compare $P(A \cap T)$ avec le produit $P(A) \times P(T)$. $P(A \cap T) = 0,675$. $P(A) \times P(T) = 0,725 \times 0,75 = 0,54375$. Les résultats sont différents, donc les événements ne sont pas indépendants.

5. L'événement S : « Le candidat est surpris » correspond à la disjonction de deux cas :

   - Il est admis alors qu'il n'a pas travaillé : $\bar{T} \cap A$.
   - Il est refusé alors qu'il a travaillé : $T \cap \bar{A}$.

   Ces deux événements sont incompatibles (disjoints). La probabilité de leur union est donc la somme de leurs probabilités :

   $P(S) = P(\bar{T} \cap A) + P(T \cap \bar{A})$

   D'après la question 2, on a $P(\bar{T} \cap A) = 0,05$ et $P(T \cap \bar{A}) = 0,075$.

   $P(S) = 0,05 + 0,075 = 0,125$.

   La probabilité que le candidat soit surpris est $\boxed{P(S) = 0,125}$.

Correction de l'Exercice 2

1. D'après l'énoncé :
   - « $18\,\%$ des demandeurs d'emploi sont sans expérience » se traduit directement par $\boxed{P(S) = 0,18}$.
   - « parmi les hommes [...] $17,5\,\%$ sont sans expérience » se traduit par la probabilité conditionnelle $\boxed{P_{\bar{F}}(S) = 0,175}$.

2. On complète l'arbre avec les données de l'énoncé et les probabilités des événements contraires.
   - $P(F) = 0,52$ (52% de femmes) $\implies P(\bar{F}) = 1 - 0,52 = 0,48$.
   - $P_{\bar{F}}(S) = 0,175 \implies P_{\bar{F}}(\bar{S}) = 1 - 0,175 = 0,825$.

   Pour compléter la branche supérieure, il nous faut $P_F(S)$. On ne peut pas la déduire directement. On la calculera à la question 5. L'énoncé demande de "compléter les pointillés", ce qui implique de trouver $P_F(S)$ et $P_F(\bar{S})$.

   Utilisons la formule des probabilités totales pour S : $P(S) = P(F \cap S) + P(\bar{F} \cap S)$

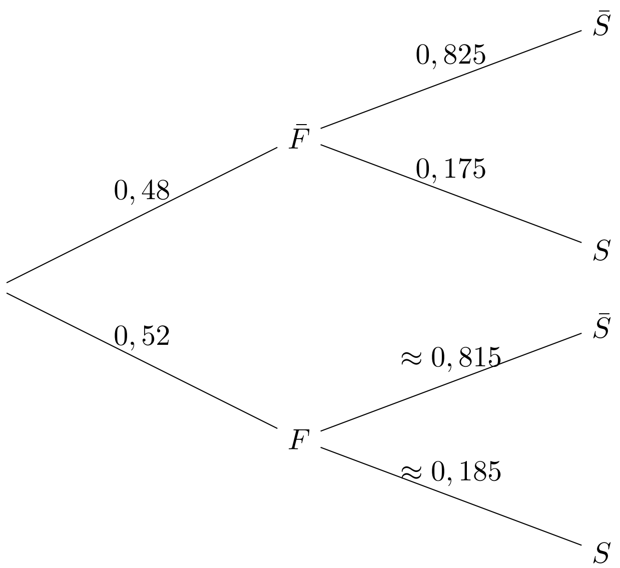
   On sait que $P(S) = 0,18$ et $P(\bar{F} \cap S) = P(\bar{F}) \times P_{\bar{F}}(S) = 0,48 \times 0,175 = 0,084$.

   Donc, $0,18 = P(F \cap S) + 0,084 \iff P(F \cap S) = 0,18 - 0,084 = 0,096$.

   On peut maintenant trouver $P_F(S) = \dfrac{P(F \cap S)}{P(F)} = \dfrac{0,096}{0,52} \approx 0,1846... \approx 0,185$.

   Et donc $P_F(\bar{S}) = 1 - P_F(S) \approx 1 - 0,185 = 0,815$.

   L'arbre complété est :



3. On cherche à démontrer que $P(\bar{F} \cap S) = 0,084$. $P(\bar{F} \cap S)$ est la probabilité que le demandeur d'emploi soit un homme et qu'il soit sans expérience.

   On utilise la formule de la probabilité d'une intersection : $P(\bar{F} \cap S) = P(\bar{F}) \times P_{\bar{F}}(S)$

   $P(\bar{F} \cap S) = 0,48 \times 0,175 = 0,084$.

   Le résultat est bien démontré.

Interprétation : La probabilité que la fiche prélevée soit celle d'un homme sans expérience est de $0,084$. Autrement dit, $8,4\,\%$ de l'ensemble des demandeurs d'emploi sont des hommes sans expérience.

4. On cherche la probabilité que la fiche soit celle d'un homme **sachant qu'elle est celle d'un demandeur d'emploi sans expérience**. C'est la probabilité conditionnelle $P_S(\bar{F})$.

   Par définition : $P_S(\bar{F}) = \dfrac{P(\bar{F} \cap S)}{P(S)}$.

   On connaît les deux valeurs : $P(\bar{F} \cap S) = 0,084$ (question 3) et $P(S) = 0,18$ (question 1).

   $P_S(\bar{F}) = \dfrac{0,084}{0,18} \approx 0,4666...$

   Arrondi au millième, on a $\boxed{P_S(\bar{F}) \approx 0,467}$.

5. On cherche la probabilité que la fiche soit celle d'un demandeur d'emploi sans expérience **sachant que c'est une femme**. C'est la probabilité conditionnelle $P_F(S)$.

   Par définition : $P_F(S) = \dfrac{P(F \cap S)}{P(F)}$.

   On a calculé $P(F \cap S) = 0,096$ lors du remplissage de l'arbre à la question 2. L'énoncé donne $P(F) = 0,52$.

   $P_F(S) = \dfrac{0,096}{0,52} \approx 0,1846...$

   Arrondi au millième, on a $\boxed{P_F(S) \approx 0,185}$.