

Exercice 1

1. Soit (u_n) une suite géométrique de raison $q = \frac{1}{3}$ telle que $u_3 = 729$. Déterminer, en justifiant, la valeur de u_7 .
2. Soit (v_n) une suite arithmétique de raison $r = 5$ telle que $v_{10} = 8$. Déterminer, en justifiant, la valeur de v_1 .

Exercice 2

Étudier les variations de la suite (w_n) définie, pour tout $n \in \mathbb{N}$, par

$$w_n = 2n^2 - 7n.$$

Exercice 3

Soit (u_n) la suite définie par

$$\begin{cases} u_0 = -4, \\ u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 6. \end{cases}$$

1. Calculer u_1 et u_2 .
2. La suite est-elle arithmétique, géométrique? Justifier.

Exercice 4

Une association suit le nombre de bénévoles inscrits à ses activités. En 2020, il y a 80 bénévoles. Chaque année, environ 20 % des bénévoles arrêtent leur participation, et 12 nouvelles personnes s'inscrivent. On note u_n le nombre de bénévoles en $2020 + n$.

1. Déterminer le nombre de bénévoles en 2021.
2. Donner la valeur de u_0 et justifier que, pour tout $n \in \mathbb{N}$,

$$u_{n+1} = 0,8 u_n + 12.$$

3. Montrer par récurrence que, pour tout $n \in \mathbb{N}$,

$$60 \leq u_{n+1} \leq u_n.$$

4. Soit (v_n) la suite définie par $v_n = u_n - 60$. Montrer que (v_n) est géométrique et préciser sa raison.

Exercice 5

Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = 12$ et, pour tout entier naturel n ,

$$u_{n+1} = \sqrt{u_n} + 4.$$

Montrer par récurrence que, pour tout $n \in \mathbb{N}$,

$$3 \leq u_{n+1} \leq u_n \leq 12.$$