

Exercice 1 (Questions de cours)

1. Soit (u_n) une suite. Donner la définition de $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$.
2. Démontrer que toute suite croissante non majorée tend vers $+\infty$.

Exercice 2

Soit (u_n) définie pour tout entier naturel n par

$$u_0 = -1 \quad \text{et} \quad u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n - 2.$$

1. À l'aide de la calculatrice, calculer les 6 premiers termes de la suite (on donnera les résultats à 10^{-2} près).
2. Quelles conjectures peut-on faire concernant cette suite ?
3. Démontrer par récurrence que la suite est minorée par -4 .
4. En déduire que la suite est décroissante.
5. Justifier que la suite converge.

Exercice 3

Déterminer, en justifiant, la limite de la suite (u_n) dans les cas suivants :

1. $u_n = \frac{-n^2 + 3n - 1}{2n^2 + 3n - 2},$
2. $u_n = 3^n - 6^n,$
3. $u_n = n - \sqrt{n},$
4. $u_n = 1 + \frac{1}{2} + \cdots + \left(\frac{1}{2}\right)^n,$
5. $u_n = \frac{n}{n + \cos n}.$