Exercice 1

Pour chacune des affirmations suivantes, préciser si elle est vraie ou fausse en justifiant soigneusement. Une réponse non justifiée ne sera pas prise en compte et l'absence de réponse ne sera pas pénalisée.

1. **Affirmation 1 :** Si (u_n) est une suite telle que $n \geq 35$ alors $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = -\infty$.

2. **Affirmation 2 :** Si (u_n) et (v_n) sont des suites telles que $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = +\infty$ et $\lim\limits_{n \to +\infty} v_n = 0$ avec $v_n > 0$ pour tout entier naturel n alors $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n v_n = +\infty$.

3. **Affirmation 3 :** La suite (p_n) définie par $p_n = n^2 - 42n + 4$ pour tout entier naturel n est strictement décroissante.

4. **Affirmation 4 :** La suite (w_n) définie par $w_n = -3n + 4$ pour tout entier naturel n est majorée par 4.

Exercice 2

Dans cet exercice, les deux questions sont indépendantes.

1. Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = 0$ et $u_{n+1} = 3u_n - 2$ pour tout entier naturel n. Démontrer par récurrence que $u_n = 1 - 3^n$ pour tout $n \in$.

2. Calculer la limite des suites suivantes.

a) $u_n = \dfrac{3 - \dfrac{1}{n^2}}{n + 1}$ b) $v_n = 3n^2 - 8n + 1$ c) $t_n = \left(n^2 - \dfrac{3}{n^2}\right)(6 - n)$

Exercice 3

On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = \dfrac{3 - u_n}{8 - 5u_n}$ pour tout entier naturel n. L'objectif de cet exercice est d'étudier le comportement global de cette suite.

1. A l'aide du tableur de la calculatrice, donner les valeurs de u_1, u_2 et u_3 (si besoin, arrondies au millième) et conjecturer le sens de variation de cette suite.

2. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{1, 6\}$ par $f(x) = \dfrac{3 - x}{8 - 5x}$. Déterminer la fonction dérivée f' de f puis donner le sens de variation de f sur $\mathbb{R} \setminus \{1, 6\}$.

3. Démontrer par récurrence que, pour tout entier naturel n, $0 \leq u_{n+1} \leq u_n \leq 1$. Que peut-on en déduire pour la suite (u_n) ?