Calculatrice autorisée en mode examen

Toutes les réponses doivent être justifiées et clairement rédigées.

Exercice 1

8 points

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Une seule des quatre propositions est exacte. Indiquer sur la copie la proposition choisie ***en justifiant votre réponse****.*

L'espace est muni d'un repère orthonormé $(O\,;\,\vec{\imath},\,\vec{\jmath},\,\vec{k})$.

On considère les points $A(-1\,;\,9\,;\,-19)$, $B(3\,;\,6\,;\,3)$, $C(3\,;\,0\,;\,9)$ et $D(-4\,;\,12\,;\,-28)$.

1) Soit la droite Δ de représentation paramétrique $\begin{cases} x = 5 + t \\ y = 3 - t \\ z = -1 + 3t \end{cases}$, avec t réel.

Les droites (BC) et Δ sont :

a. confondues **b.** sécantes **c.** strictement parallèles **d.** non coplanaires

2) Soit la droite Δ de représentation paramétrique $\begin{cases} x = 5 + t \\ y = 3 - t \\ z = -1 + 3t \end{cases}$, avec t réel.

Les droites (AD) et Δ sont :

a. confondues **b.** sécantes **c.** strictement parallèles **d.** non coplanaires

Exercice 2

4 points

L'espace est muni d'un repère $(O\,;\,\vec{\imath},\,\vec{\jmath},\,\vec{k})$.

On considère les points $A(2\,;\,-1\,;\,4)$, $B(6\,;\,-7\,;\,0)$, $C(1\,;\,0\,;\,1)$ et $D(13\,;\,-16\,;\,5)$.

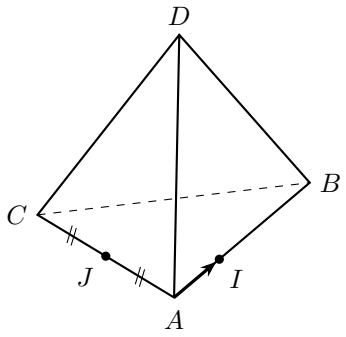
Montrer que les points A, B, C et D sont coplanaires.

Exercice 3

4 points

Soit $ABCD$ un tétraèdre.

Le point I est défini par $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ et le point J est le milieu du segment $[AC]$.



1) Montrer que les points I, J, B et C sont coplanaires.

2) Étudier la position relative des droites (IJ) et (BC) en utilisant le calcul vectoriel et *sans repère*.

Exercice 4

4 points

$ABCD$ est un tétraèdre.

Les points M, N et P sont définis par : $\overrightarrow{CM} = \overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{CN} = \overrightarrow{BM}$ et $\overrightarrow{AP} = \overrightarrow{DN}$.

1) Justifier l'égalité $\overrightarrow{DP} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DM} + \overrightarrow{BC}$.

2) En déduire que les vecteurs $\overrightarrow{DP}$, $\overrightarrow{DC}$ et $\overrightarrow{BC}$ sont coplanaires.