

Exercice 1**14 points**

Les données publiées le 1^{er} mars 2023 par le ministère de la transition écologique sur les immatriculations de véhicules particuliers en France en 2022 contiennent les informations suivantes :

- 22,86 % des véhicules étaient des véhicules neufs ;
- 8,08 % des véhicules neufs étaient des hybrides rechargeables ;
- 1,27 % des véhicules d'occasion (c'est-à-dire qui ne sont pas neufs) étaient des hybrides rechargeables.

Dans tout l'exercice, les probabilités seront arrondies au dix-millième.

Partie A

Dans cette partie, on considère un véhicule particulier immatriculé en France en 2022.

On note :

- N l'évènement « le véhicule est neuf » ;
- R l'évènement « le véhicule est hybride rechargeable » ;
- \overline{N} et \overline{R} les évènements contraires des évènements N et R .

1. Ci-dessous, représenter la situation par un arbre pondéré :

Arbre :

2. Calculer la probabilité que ce véhicule soit neuf et hybride rechargeable.
3. Démontrer que la valeur arrondie au dix-millième de la probabilité que ce véhicule soit hybride rechargeable est 0,028 3.
4. Calculer la probabilité que ce véhicule soit neuf sachant qu'il est hybride rechargeable.

Partie B

Dans cette partie, on choisit 400 véhicules particuliers hybrides rechargeables immatriculés en France en 2022.

Dans la suite, on admettra que la probabilité qu'un tel véhicule soit neuf est égale à 0,65.

On assimile le choix de ces 400 véhicules à un tirage aléatoire avec remise.

On appelle X la variable aléatoire représentant le nombre de véhicules neufs parmi les 400 véhicules choisis.

1. Justifier que la variable aléatoire X suit une loi binomiale. Préciser la valeur de ses paramètres.
2. (a) Déterminer la probabilité qu'exactement 275 de ces véhicules soient neufs.
(b) Déterminer la probabilité que plus de 250 de ces véhicules soient neufs.
3. Déterminer la probabilité $P(X \leq 275)$ puis interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.

Partie C

On choisit désormais n véhicules particuliers hybrides rechargeables immatriculés en France en 2022, où n désigne un entier naturel strictement positif.

On rappelle que la probabilité qu'un tel véhicule soit neuf est égale à 0,65.

On assimile le choix de ces n véhicules à un tirage aléatoire avec remise.

1. Déterminer l'expression en fonction de n de la probabilité p_n que tous ces véhicules soient d'occasion.
2. On note q_n la probabilité qu'au moins un de ces véhicules soit neuf.
(a) Donner une expression de q_n en fonction de n .
(b) À l'aide de la calculatrice, déterminer la plus petite valeur de n telle que $q_n \geq 0,9999$.

Exercice 2

6 points

1. Soit une fonction h définie sur $]0; +\infty[$ et telle que, pour tout réel $x > 0$, on a $x^2 - x \leq h(x) \leq x^2$.

Affirmation n°1 : \mathcal{C}_h admet une asymptote horizontale en $+\infty$.

Affirmation n°2 : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{h(x)}{x^2} = 1$.

2. On considère la fonction f définie sur $] -\infty; -1[$ par $f(x) = e^{\frac{-5}{x+1}}$.

Affirmation n°3 : $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$.

Affirmation n°4 : la droite d'équation $x = -1$ est asymptote à (\mathcal{C}_f) .