Exercice 1

1. Dire si les nombres suivants sont des nombres rationnels en justifiant :

$-3,2 = -\frac{32}{10} = -\frac{16}{5}$. C'est le quotient de deux entiers. donc $\boxed{-3,2 \in \mathbb{Q}}$

$\frac{1,5}{4} = \frac{1,5 \times 10}{4 \times 10} = \frac{15}{40} = \frac{3}{8}$. C'est le quotient de deux entiers. donc $\boxed{\frac{1,5}{4} \in \mathbb{Q}}$

2. Dire si les nombres suivants sont des nombres décimaux en justifiant :

$-7,2 \times 10^{-2} = -0,072 = -\frac{72}{1000} = -\frac{72}{10^3}$.

Le dénominateur est une puissance de 10. donc $\boxed{-7,2 \in \mathbb{D}}$

$\frac{17}{4} = 4,25 = \frac{425}{100}$. Le dénominateur est une puissance de 10 ($4 = 2^2$). donc $\boxed{\frac{17}{4} \in \mathbb{D}}$

3. Compléter en utilisant les signes $\in$, $\notin$, $\subset$ ou $\not\subset$:

a) $-8,9 \in \mathbb{Q}$

b) $3 \notin \{-1\,;\,7\}$

c) $\sqrt{21} \notin \mathbb{D}$ (irrational)

d) $-\frac{5}{4} \notin]-1\,;\,2[$
car $-1,25 < -1$

e) $\mathbb{D} \not\subset \mathbb{Z}$
ex : $0,5 \in \mathbb{D}$ mais $\notin \mathbb{Z}$

f) $-1 \in [-2\,;\,5[$

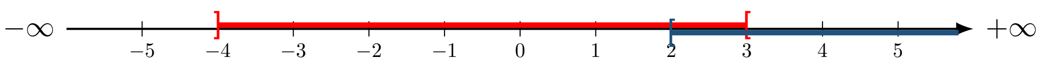
g) $[2\,;\,5] \subset [0\,;\,+\infty[$

h) $9 \notin [4\,;\,9[$

Exercice 2

On donne les intervalles suivants : $I = [2\,;\,+\infty[\,;\quad J =]-4\,;\,3[\,;\quad K =]-\infty\,;\,0]$.

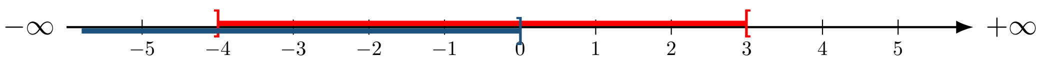
a) Déterminer à partir d'une représentation sur une droite graduée $I \cup J$.



L'union $I \cup J$ correspond à l'ensemble des points coloriés (soit en rouge, soit en bleu). On part de -4 jusqu'à $+\infty$.

$$\boxed{I \cup J =]-4\,;\,+\infty[}$$

b) Déterminer à partir d'une représentation sur une droite graduée $J \cap K$.



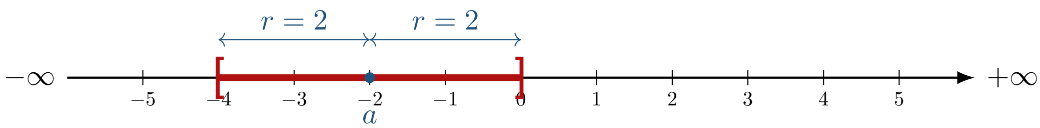
L'intersection $J \cap K$ correspond à la zone où les deux intervalles se superposent (à la fois rouge et bleu). C'est la partie comprise entre -4 et 0.

$$\boxed{J \cap K =]-4\,;\,0]}$$

Exercice 3

Représenter l'intervalle $[a - r\,;\, a + r]$ pour les valeurs de $a = -2$ et $r = 2$, puis le caractériser par une inégalité faisant intervenir une valeur absolue.

On a $a = -2$ (centre) et $r = 2$ (rayon). L'intervalle est : $[-2 - 2\,;\, -2 + 2] = [-4\,;\, 0]$.



L'intervalle $[-4\,;\, 0]$ correspond à l'ensemble des réels x dont la distance à -2 est inférieure ou égale à 2. Cela se traduit par l'inégalité : $|x - a| \leqslant r \iff |x - (-2)| \leqslant 2 \iff \boxed{|x + 2| \leqslant 2}$.

Exercice 4

Déterminer la distance entre les réels -8 et -5 et traduire cette distance par une écriture faisant intervenir une valeur absolue.

La distance entre deux réels A et B est donnée par $|x_B - x_A|$. Ici, la distance entre -8 et -5 est :

$$d(-8\,;\,-5) = |-5 - (-8)| = |-5 + 8| = |3| = 3$$

Ou de manière équivalente :

$$d(-8\,;\,-5) = |-8 - (-5)| = |-8 + 5| = |-3| = 3$$

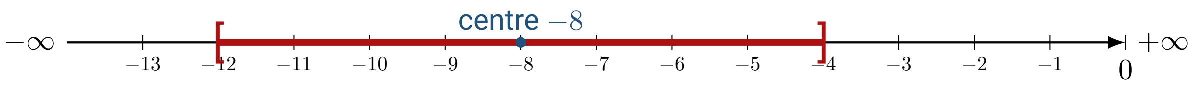
Conclusion : La distance est $\boxed{3}$.

Exercice 5

1. À l'aide d'une phrase, caractériser, puis représenter l'ensemble A des réels x tels que $|x + 8| \leq 4$. Conclure.

   L'inégalité $|x + 8| \leq 4$ s'écrit $|x - (-8)| \leq 4$. Cela signifie que la distance entre x et -8 est inférieure ou égale à 4. C'est donc l'intervalle de centre -8 et de rayon 4 :

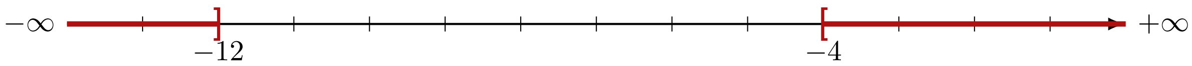
$$[-8 - 4\,;\, -8 + 4] = [-12\,;\, -4]$$



Conclusion : $A = [-12\,;\,-4]$.

2. En déduire l'ensemble B des réels x tels que $|x+8| > 4$. L'écrire sous la forme d'une réunion d'intervalles. Que représente B pour l'ensemble A ?

L'inégalité $|x+8| > 4$ est le contraire strict de l'inégalité précédente. Cela correspond à tous les points situés à une distance strictement supérieure à 4 du centre -8 (c'est-à-dire l'extérieur de l'intervalle A).



$$B =]-\infty\,;\,-12[\cup]-4\,;\,+\infty[$$

Pour l'ensemble A, l'ensemble B représente son **complémentaire** dans $\mathbb{R}$.