Exercice 1 (4 points)

1. **Réponse c.**
   Un dé tétraédrique possède 4 faces numérotées de 1 à 4. L'ensemble de toutes les issues possibles (l'univers) est donc l'ensemble discret :
   $$\boxed{\Omega = \{1\,;2\,;3\,;4\}}$$

2. **Réponse b.**
   C'est une formule du cours fondamentale. Pour deux événements A et B quelconques :
   $$\boxed{P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)}$$

3. **Réponse d.**
   L'événement $\overline{A} \cap B$ se lit « ne pas être dans A ET être dans B ».
   - La zone a correspond à $\overline{A} \cap \overline{B}$ (ni A, ni B).
   - La zone b correspond à $A \cap \overline{B}$ (A seulement).
   - La zone c correspond à $A \cap B$ (L'intersection).
   - La zone d correspond à $\overline{A} \cap B$ (B seulement).

   C'est donc la zone **d**.

4. **Réponse b.**
   L'événement A est : « Le numéro est strictement supérieur à 3 », donc $A = \{4\,;5\,;6\,;7\,;8\}$.
   L'événement contraire $\overline{A}$ est : « Le numéro est inférieur ou égal à 3 », donc $\overline{A} = \{1\,;2\,;3\}$.
   Il y a 3 issues favorables sur un total de 8 secteurs identiques. On est en situation d'équiprobabilité :
   $$\boxed{P(\overline{A}) = \frac{3}{8}}$$

Exercice 2 (5 points)

Calculons d'abord la répartition des 100 boules :
- Rouges : 25 (n°1) $+15$ (n°2) $= 40$ boules.
- Vertes : 20 (n°2) boules.
- Bleues : 20 (n°1) boules.
- Jaunes : 10 (n°1) $+10$ (n°2) $= 20$ boules.
- **Total : 100 boules.**

Les boules étant indiscernables au toucher, nous sommes en situation d'équiprobabilité.

1. - A : « la boule tirée est rouge ». Il y a 40 boules rouges.
   $$P(A) = \frac{40}{100} = \boxed{0{,}4}$$

- $\overline{A}$: « la boule tirée n'est pas rouge ».

$$P(\overline{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0{,}4 = \boxed{0{,}6}$$

- B : « la boule tirée porte le numéro 2 ». Il y a 15 (rouges) $+20$ (vertes) $+10$ (jaunes) $= 45$ boules portant le numéro 2.

$$P(B) = \frac{45}{100} = \boxed{0{,}45}$$

2. L'événement $A \cap B$ signifie : « La boule tirée est **rouge ET porte le numéro 2** ». D'après l'énoncé, il y a 15 boules rouges portant le numéro 2.

$$P(A \cap B) = \frac{15}{100} = \boxed{0{,}15}$$

3. L'événement $A \cup B$ signifie : « La boule tirée est **rouge OU porte le numéro 2** ». On utilise la formule du cours :

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A \cup B) = 0{,}4 + 0{,}45 - 0{,}15$$

$$\boxed{P(A \cup B) = 0{,}7}$$

Exercice 3 **(6 points)**

On note $p_1, p_2, \dots, p_6$ les probabilités d'obtenir chaque face. On sait que :

- $p_6 = \dfrac{1}{2}$
- $p_1 = p_2 = p_3 = p_4 = p_5 = x$

La somme des probabilités est égale à 1 :

$$5x + \frac{1}{2} = 1 \iff 5x = \frac{1}{2} \iff x = \frac{1}{10} = 0{,}1$$

1. L'ensemble des issues est :

$$\boxed{\Omega = \{1\,;2\,;3\,;4\,;5\,;6\}}$$

2. Loi de probabilité :

Issue x_i	1	2	3	4	5	6
Probabilité $P(X = x_i)$	$0{,}1$	$0{,}1$	$0{,}1$	$0{,}1$	$0{,}1$	$0{,}5$

3. A : « obtenir un nombre inférieur ou égal à 5 ». Sous forme d'ensemble : $\boxed{A = \{1\,;2\,;3\,;4\,;5\}}$. Calcul de probabilité :

$$P(A) = p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 = 5 \times 0{,}1 = \boxed{0{,}5}$$

Autre méthode : A est l'événement contraire d'obtenir un 6. $P(A) = 1 - p_6 = 1 - 0{,}5 = 0{,}5$.

4. (a) C : « obtenir un nombre pair ». Sous forme d'ensemble : $\boxed{C = \{2\,;4\,;6\}}$.

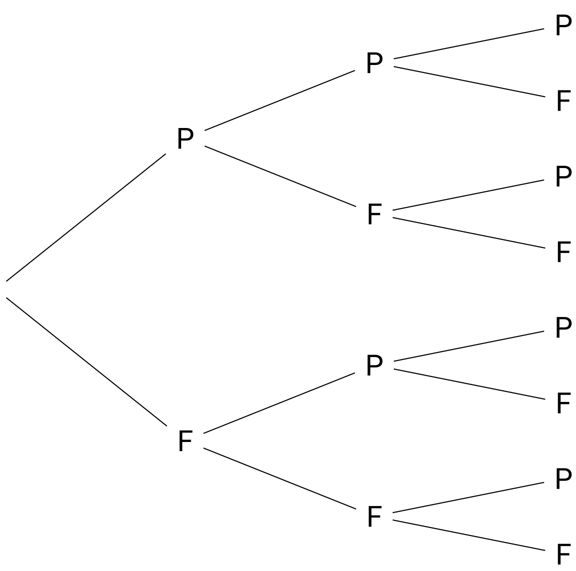
$$P(C) = p_2 + p_4 + p_6 = 0{,}1 + 0{,}1 + 0{,}5 = \boxed{0{,}7}$$

(b) Obtenir un nombre impair est l'événement contraire de C, noté $\overline{C}$.

$$P(\text{Impair}) = 1 - P(C) = 1 - 0{,}7 = \boxed{0{,}3}$$

Exercice 4 (3 points)

1. Arbre des issues (P = Pile, F = Face) :



2. L'ensemble Ω des issues possibles (les chemins complets de l'arbre) :

$$\boxed{\Omega = \{PPP\,;PPF\,;PFP\,;PFF\,;FPP\,;FPF\,;FFP\,;FFF\}}$$

3. La pièce est **parfaitement équilibrée**, donc obtenir Pile ou Face à chaque lancer a la même probabilité ($\frac{1}{2}$). Les lancers étant successifs et indépendants, chaque issue élémentaire de Ω (chaque triplet) a la même probabilité de se réaliser (qui vaut $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$).

   C'est donc bien une situation d'**équiprobabilité**.

Exercice 5 (2 points)

On a $P(A) = 0{,}2$ et $P(B) = 0{,}7$. Les événements A et B sont **incompatibles** (disjoints), ce qui signifie que $A \cap B = \emptyset$ et donc que $P(A \cap B) = 0$.

- Calcul de $P(\overline{B})$:
$$P(\overline{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0{,}7 = \boxed{0{,}3}$$
- Calcul de $P(A \cup B)$: Puisque les événements sont incompatibles :
$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$
$$P(A \cup B) = 0{,}2 + 0{,}7 = \boxed{0{,}9}$$