Calculatrice autorisée

Exercice

20 points

Un navire assure la liaison entre deux ports de la Méditerranée. Lors d'une traversée, une famille a la possibilité de réserver une cabine ainsi qu'un emplacement pour un véhicule.

Partie A

10 points

Parmi l'ensemble des familles effectuant la traversée, on constate que $30\,\%$ réservent un emplacement pour un véhicule et, parmi ces dernières, $80\,\%$ réservent une cabine. On sait par ailleurs que $75\,\%$ des familles effectuant la traversée réservent une cabine. On choisit au hasard une famille effectuant la traversée et on considère les événements suivants :

- V : « la famille réserve un emplacement pour le véhicule » ;
- C : « la famille réserve une cabine ».

Pour un événement E, on désigne par $\overline{E}$ son événement contraire et par $p(E)$ sa probabilité.

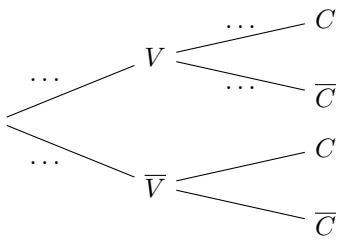
1) **a.** Donner $p(C)$.

b. Calculer la probabilité qu'une famille réserve un emplacement pour un véhicule et une cabine.

2) Une famille a réservé une cabine. Déterminer la probabilité qu'elle réserve un emplacement pour un véhicule.

3) Déterminer $p_{\overline{V}}(C)$. On écrira le résultat sous forme de fraction irréductible et on en donnera un arrondi à 10^{-2} près.
Interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.

4) Compléter les quatre pointillés de l'arbre ci-contre.



Partie B

10 points

Sur ce trajet, la réservation d'une cabine et celle d'un emplacement pour un véhicule sont facturées en supplément du coût de la traversée. Ces suppléments sont d'un montant de 100 € pour une cabine et de 70 € pour l'emplacement d'un véhicule. On suppose qu'une famille peut réserver au maximum une cabine et au maximum un emplacement pour un véhicule.

À ces suppléments peuvent s'ajouter le prix payé pour des extras (repas, boissons, etc.).

- On note X la variable aléatoire qui associe à chaque famille effectuant la traversée le prix qu'elle paie, en euros, pour les suppléments.
- On note Y la variable aléatoire qui associe à chaque famille effectuant la traversée le prix qu'elle paie, en euros, pour les extras.

On admet que la variable aléatoire Y a pour espérance $E(Y) = 104$ et pour variance $V(Y) = 1\,686$.
On suppose que les variables aléatoires X et Y sont indépendantes.

1) **a.** Justifier que la loi de X est :

x_i	0	70	100	170
$p(X = x_i)$	$0{,}19$	$0{,}06$	$0{,}51$	$0{,}24$

b. Établir que $E(X) = 96$ et $V(X) = 3\,114$.

2) À titre exceptionnel, la compagnie propose une remise de $40\,\%$ sur les suppléments et les extras. On note Z la variable aléatoire qui, à chaque famille effectuant la traversée, associe le montant total, en euros, payé par cette famille pour les suppléments et les extras après réduction.

a. Justifier que $Z = 0{,}6\,(X + Y)$.

b. En déduire $E(Z)$ et $V(Z)$.