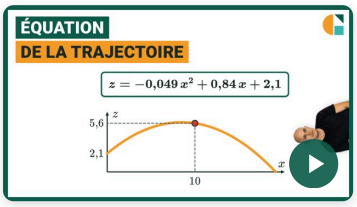
Établir l'équation de la trajectoire

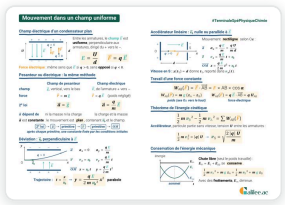
Mouvement dans un champ uniforme • Compétence 4 • Terminale spécialité physique-chimie



Vidéo du cours et trois exercices gratuits supplémentaires !

Exercices corrigés pas à pas, sur la page de la compétence.

galilee.ac/V/T11-4



La fiche de cours

Tout le chapitre sur une page.

galilee.ac/F/mouvement-champ-uniforme

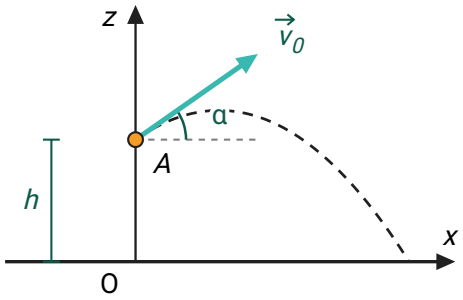
Exercice 1

Le service au volley

Au volley-ball, une joueuse sert. À $t = 0$, le ballon quitte la main au point A, à la hauteur h au-dessus du sol, avec une vitesse de valeur v_0 inclinée d'un angle α au-dessus de l'horizontale. Dans le repère de la figure, les équations horaires sont :

$$x(t) = v_0 \cos(\alpha)\, t \qquad z(t) = -\frac{1}{2}\, g\, t^2 + v_0 \sin(\alpha)\, t + h$$

L'équation de la trajectoire s'écrit $z = A\,x^2 + B\,x + C$.



1) Exprimer t en fonction de x.

2) En déduire l'expression du coefficient A.

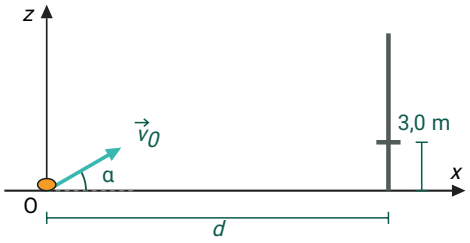
3) Exprimer le coefficient B.

4) Exprimer le terme constant C, puis écrire l'équation de la trajectoire.

Exercice 2

Pénalité au rugby

Un joueur de rugby tente une pénalité. À $t = 0$, le ballon, posé au sol en O, part avec une vitesse de valeur $v_0 = 18\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ inclinée de $\alpha = 30°$ au-dessus de l'horizontale. Les poteaux sont à la distance $d = 25\ \text{m}$; la barre est à $3{,}0\ \text{m}$ du sol. Les équations horaires sont :



$$x(t) = v_0 \cos(\alpha)\, t \qquad z(t) = -\frac{1}{2}\, g\, t^2 + v_0 \sin(\alpha)\, t$$

L'équation de la trajectoire s'écrit $z = A\, x^2 + B\, x$, avec x et z en mètres ; $g = 9{,}8\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$.

1) Établir l'expression de A, puis calculer sa valeur.

2) Calculer la valeur de B.

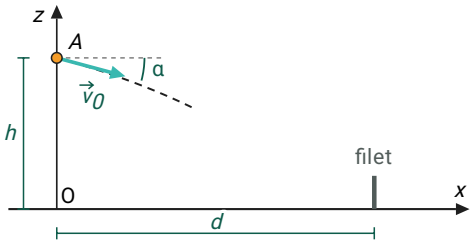
3) Calculer la hauteur du ballon au niveau des poteaux.

4) La pénalité est-elle réussie ? Justifier.

Exercice 3

Type bac : le service au tennis

Une joueuse de tennis sert. À $t = 0$, elle frappe la balle au point A, à la hauteur $h = 2{,}6\ \text{m}$, avec une vitesse de valeur $v_0 = 45\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ dirigée vers le bas, inclinée de $\alpha = 8{,}0°$ sous l'horizontale. Le filet, haut de $0{,}91\ \text{m}$, est à la distance $d = 11{,}9\ \text{m}$. Le schéma n'est pas à l'échelle. Les équations horaires sont :



$$x(t) = v_0 \cos(\alpha)\, t \qquad z(t) = -\frac{1}{2}\, g\, t^2 - v_0 \sin(\alpha)\, t + h$$

L'équation de la trajectoire s'écrit $z = A\, x^2 + B\, x + C$; $g = 9{,}8\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$.

1) Établir l'expression littérale de A.

2) Établir l'expression littérale de B.

3) Donner l'expression de C et écrire l'équation de la trajectoire.

4) Calculer la hauteur de la balle au niveau du filet, avec 2 chiffres significatifs.

5) Le service passe-t-il le filet ? Justifier.

Établir l'équation de la trajectoire

Mouvement dans un champ uniforme • Compétence 4 • Terminale spécialité physique-chimie

Exercice 1 Le service au volley

1) On isole t dans $x(t)$, l'équation qui ne le contient qu'une fois. Le temps est multiplié par le bloc $v_0\cos(\alpha)$: on divise par ce bloc entier, le cosinus descend au dénominateur avec v_0.

$$\boxed{t = \frac{x}{v_0\cos(\alpha)}}$$

2) On remplace t par cette fraction dans $z(t)$. Le premier terme contient t^2 : le carré porte sur toute la fraction, donc sur x, sur v_0 et sur le cosinus.

$$-\frac{1}{2}g\left(\frac{x}{v_0\cos(\alpha)}\right)^2 = -\frac{g}{2\,v_0^2\cos^2(\alpha)}x^2$$

$$\boxed{A = -\frac{g}{2\,v_0^2\cos^2(\alpha)}}$$

Le 2 du facteur un demi reste au dénominateur, et le signe moins est celui du terme en t^2 : la parabole est tournée vers le bas.

3) Dans le deuxième terme, v_0 se simplifie et il reste le sinus divisé par le cosinus, c'est-à-dire la tangente.

$$v_0\sin(\alpha)\times\frac{x}{v_0\cos(\alpha)} = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}x = \tan(\alpha)\,x$$

$$\boxed{B = \tan(\alpha)}$$

4) Le terme h de $z(t)$ ne contient pas t : il reste tel quel. C'est la valeur de z en $x = 0$, la hauteur du point A au-dessus de l'origine, qui est au sol.

$$\boxed{C = h} \qquad \boxed{z = -\frac{g}{2\,v_0^2\cos^2(\alpha)}x^2 + \tan(\alpha)\,x + h}$$

Il ne reste aucun t : c'est bien une équation de trajectoire, celle d'une parabole.

Exercice 2 Pénalité au rugby

1) On isole t dans $x(t)$, puis on le remplace dans $z(t)$:

$$\boxed{t = \frac{x}{v_0\cos(\alpha)} \qquad z = -\frac{g}{2\,v_0^2\cos^2(\alpha)}x^2 + \tan(\alpha)\,x}$$

Le ballon part de l'origine : il n'y a pas de terme constant. Le coefficient de x^2 vaut :

$$\boxed{A = -\frac{g}{2\,v_0^2\cos^2(\alpha)} = -\frac{9{,}8}{2\times 18^2\times\cos^2(30^\circ)} \approx -0{,}020\ \text{m}^{-1}}$$

Avec un cosinus non élevé au carré, on trouverait $-0{,}017$.

2) Le coefficient de x est la tangente de l'angle :

$$\boxed{B = \tan(30^\circ) \approx 0{,}58}$$

3) Les poteaux sont en $x = d$. On remplace x par 25 dans l'équation de la trajectoire, en gardant les coefficients non arrondis :

$$\boxed{z = A\times 25^2 + B\times 25 \approx 1{,}83\ \text{m}}$$

Soit environ $1{,}8$ m. Les deux termes sont de signes contraires : le premier fait redescendre le ballon.

Exercice 2 (suite) Pénalité au rugby

4) On compare cette hauteur à celle de la barre, $3{,}0\ \text{m}$. $1{,}8\ \text{m}$ est inférieur à $3{,}0\ \text{m}$: le ballon passe sous la barre, la pénalité est manquée. Il n'est pas encore retombé au sol, puisque sa hauteur est positive.

la pénalité est manquée

Exercice 3 Type bac : le service au tennis

1) On isole t dans $x(t)$: $t = \dfrac{x}{v_0 \cos(\alpha)}$, puis on le remplace dans $z(t)$. Le carré du premier terme porte sur toute la fraction :

$$A = -\frac{g}{2\,v_0^2 \cos^2(\alpha)}$$

2) Dans le deuxième terme, v_0 se simplifie et le sinus divisé par le cosinus donne la tangente. Le signe moins de $z(t)$ se conserve : la balle part vers le bas, alors que l'axe (Oz) est orienté vers le haut.

$$-v_0 \sin(\alpha) \times \frac{x}{v_0 \cos(\alpha)} = -\tan(\alpha)\, x \qquad B = -\tan(\alpha)$$

3) Le terme h ne contient pas t : il reste tel quel. C'est la valeur de z en $x = 0$.

$$C = h \qquad z = -\frac{g}{2\,v_0^2 \cos^2(\alpha)}\, x^2 - \tan(\alpha)\, x + h$$

4) Le filet est en $x = d = 11{,}9\ \text{m}$. On calcule chaque terme, sans arrondir en cours de route :

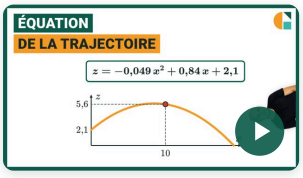
$$\frac{g\,d^2}{2\,v_0^2 \cos^2(\alpha)} = \frac{9{,}8 \times 11{,}9^2}{2 \times 45^2 \times \cos^2(8{,}0^\circ)} \approx 0{,}349\ \text{m} \qquad \tan(8{,}0^\circ) \times 11{,}9 \approx 1{,}67\ \text{m}$$

$$z = -0{,}349 - 1{,}67 + 2{,}6 \approx 0{,}58\ \text{m}$$

Les deux premiers termes sont négatifs : la pesanteur et la vitesse initiale font toutes les deux descendre la balle.

5) On compare cette hauteur à celle du filet, $0{,}91\ \text{m}$. $0{,}58\ \text{m}$ est inférieur à $0{,}91\ \text{m}$: la balle est arrêtée par le filet. Elle n'a pas touché le sol avant, puisque sa hauteur est encore positive.

le service ne passe pas le filet



Vidéo du cours et trois exercices gratuits supplémentaires !

Exercices corrigés pas à pas, sur la page de la compétence.

galilee.ac/V/T11-4

Équation de la trajectoire : exercices corrigés PDF (Terminale spécialité physique-chimie). Établir l'équation de la trajectoire z = f(x) d'un projectile dans un champ de pesanteur uniforme : isoler t dans x(t), le remplacer dans z(t), coefficients en g/(2 v0² cos² α) et tan α, terme constant égal à la hauteur de départ, puis exploiter la parabole pour savoir si un ballon passe au-dessus d'une barre ou d'un filet. Méthode en vidéo et exercices interactifs corrigés sur galilee.ac.