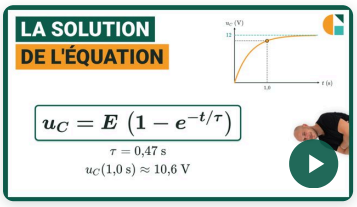
Solution de l'équation différentielle d'un circuit RC

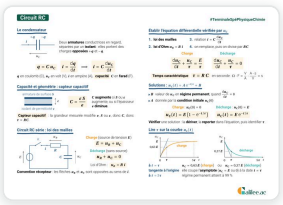
Condensateur et circuit RC • Compétence 5 • Terminale spécialité physique-chimie



Vidéo du cours et deux exercices gratuits supplémentaires !

Exercices corrigés pas à pas, sur la page de la compétence.

galilee.ac/V/T19-5



La fiche de cours

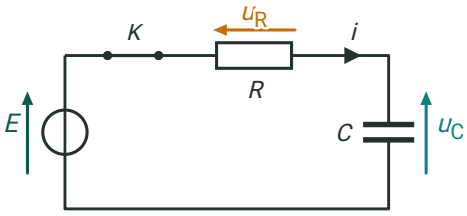
Tout le chapitre sur une page.

galilee.ac/F/circuits-rc

Exercice 1

Trouver les deux constantes

Un condensateur initialement déchargé se charge sous la tension E. La tension à ses bornes vérifie $\dfrac{\mathrm{d}u_\mathrm{C}}{\mathrm{d}t} + \dfrac{u_\mathrm{C}}{\tau} = \dfrac{E}{\tau}$, dont les solutions sont de la forme $u_\mathrm{C}(t) = A\,\mathrm{e}^{-t/\tau} + B$.



1) En fin de charge, la tension du condensateur est égale à celle de la source. En déduire l'expression de la constante B.

2) À l'aide de la condition initiale, déterminer l'expression de la constante A.

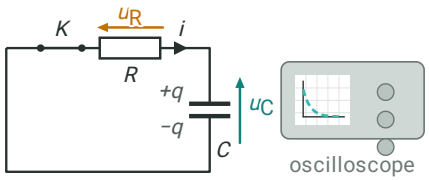
3) Écrire l'expression de $u_\mathrm{C}(t)$, en mettant E en facteur.

4) Vers quelle valeur $\mathrm{e}^{-t/\tau}$ tend-elle quand t devient très grand ?

Exercice 2

Vérifier la solution de la décharge

Un condensateur chargé sous $E = 12\ \text{V}$ se décharge dans un conducteur ohmique. La tension à ses bornes vérifie $\dfrac{\mathrm{d}u_\text{C}}{\mathrm{d}t} + \dfrac{u_\text{C}}{\tau} = 0$, avec $\tau = 0{,}68\ \text{s}$.

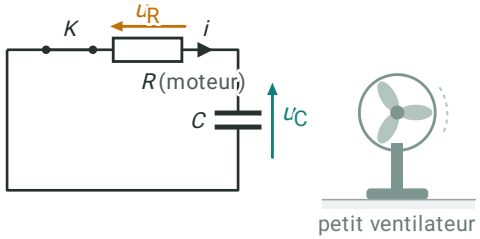


1) Exprimer la dérivée $\dfrac{\mathrm{d}u_\text{C}}{\mathrm{d}t}$ de $u_\text{C}(t) = E\,\mathrm{e}^{-t/\tau}$.
2) Montrer que $u_\text{C}(t) = E\,\mathrm{e}^{-t/\tau}$ est solution de l'équation différentielle.
3) Calculer la valeur de $\dfrac{\mathrm{d}u_\text{C}}{\mathrm{d}t}$ à l'instant initial, avec son signe.
4) Calculer la tension u_C à la date $t = 1{,}50\ \text{s}$.

Exercice 3

Type bac : le petit moteur qui ralentit

Un condensateur de capacité $C = 0{,}47\ \text{F}$, chargé sous $E = 5{,}0\ \text{V}$, se décharge à partir de l'instant initial dans un petit moteur, modélisé par un conducteur ohmique de résistance $R = 47\ \Omega$. Avec les flèches du schéma, $\dfrac{\mathrm{d}u_\text{C}}{\mathrm{d}t} + \dfrac{u_\text{C}}{\tau} = 0$ et $u_\text{C} = -R\,i$. Les solutions de cette équation sont de la forme $A\,\mathrm{e}^{-t/\tau} + B$.



1) Déterminer les constantes A et B, puis l'expression de $u_\text{C}(t)$.
2) Calculer le temps caractéristique $\tau = R\,C$.
3) Calculer la tension u_C à la date $t = 10\ \text{s}$.
4) Calculer l'intensité i à cette date, avec son signe.

Solution de l'équation différentielle d'un circuit RC

Exercice 1 Trouver les deux constantes

1) En fin de charge, $\mathrm{e}^{-t/\tau}$ tend vers zéro et u_C tend vers B. Or le condensateur chargé est à la tension de la source : $B = E$.

$\boxed{B = E}$

2) À l'instant initial, $\mathrm{e}^{0} = 1$ et le condensateur est déchargé : $u_\mathrm{C}(0) = A + B = 0$, donc $A = -B = -E$.

$\boxed{A = -E}$

3) On remplace A et B, puis on met E en facteur :

$u_\mathrm{C}(t) = -E\,\mathrm{e}^{-t/\tau} + E$

$\boxed{u_\mathrm{C}(t) = E\left(1 - \mathrm{e}^{-t/\tau}\right)}$

4) L'exposant devient de plus en plus négatif : l'exponentielle tend vers zéro. C'est le terme en A qui disparaît, pas la tension.

$\boxed{\mathrm{e}^{-t/\tau} \to 0}$

Exercice 2 Vérifier la solution de la décharge

1) La dérivée de $\mathrm{e}^{-t/\tau}$ est $-\dfrac{1}{\tau}\,\mathrm{e}^{-t/\tau}$, et E est une constante :

$\boxed{\dfrac{\mathrm{d}u_\mathrm{C}}{\mathrm{d}t} = -\dfrac{E}{\tau}\,\mathrm{e}^{-t/\tau}}$

2) $\dfrac{\mathrm{d}u_\mathrm{C}}{\mathrm{d}t} + \dfrac{u_\mathrm{C}}{\tau} = -\dfrac{E}{\tau}\,\mathrm{e}^{-t/\tau} + \dfrac{E}{\tau}\,\mathrm{e}^{-t/\tau} = 0$ à chaque instant : c'est le second membre de l'équation, donc l'expression proposée est bien solution.

3) À l'instant initial, $\mathrm{e}^{0} = 1$:

$\dfrac{\mathrm{d}u_\mathrm{C}}{\mathrm{d}t} = -\dfrac{12}{0{,}68}$

$\boxed{\dfrac{\mathrm{d}u_\mathrm{C}}{\mathrm{d}t} \approx -18\ \mathrm{V\cdot s^{-1}}}$

4) On remplace t par $1{,}50\ \mathrm{s}$:

$u_\mathrm{C} = 12 \times \mathrm{e}^{-1{,}50/0{,}68}$

$\boxed{u_\mathrm{C} \approx 1{,}3\ \mathrm{V}}$

Exercice 3 Type bac : le petit moteur qui ralentit

1) En fin de décharge la tension est nulle, donc $B = 0$. À l'instant initial $u_\mathrm{C}(0) = A = E$. Donc $u_\mathrm{C}(t) = E\,\mathrm{e}^{-t/\tau}$.

$\boxed{u_\mathrm{C}(t) = E\,\mathrm{e}^{-t/\tau}}$

2) $\tau = R\,C$:

$\boxed{\tau = 47 \times 0{,}47 \approx 22{,}1\ \mathrm{s}}$

Exercice 3 (suite) Type bac : le petit moteur qui ralentit

3) On remplace t par $10\ \text{s}$:

$u_\text{C} = 5{,}0 \times \text{e}^{-10/22{,}1}$

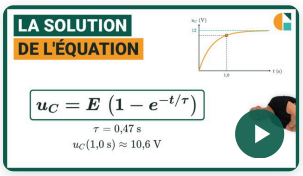
$\boxed{u_\text{C} \approx 3{,}18\ \text{V}}$

4) $i = -\dfrac{u_\text{C}}{R}$:

$i = -\dfrac{3{,}18}{47}$

$\boxed{i \approx -6{,}8 \times 10^{-2}\ \text{A}}$

L'intensité est négative : le courant circule dans le sens opposé à la flèche.



Vidéo du cours et deux exercices gratuits supplémentaires !

Exercices corrigés pas à pas, sur la page de la compétence.

galilee.ac/V/T19-5

Solution de l'équation différentielle RC : exercices corrigés PDF (Terminale spécialité physique-chimie). Exploiter la solution de l'équation différentielle d'un circuit RC : trouver les constantes avec la valeur finale et la condition initiale, vérifier qu'une expression est solution en la dérivant, calculer la tension du condensateur à une date donnée pendant une décharge, avec un exposant sans unité. Méthode en vidéo et exercices interactifs corrigés sur galilee.ac.