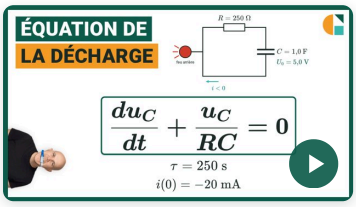
Établir l'équation différentielle de la décharge d'un condensateur

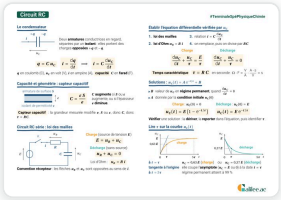
Condensateur et circuit RC • Compétence 4 • Terminale spécialité physique-chimie



Vidéo du cours et deux exercices gratuits supplémentaires !

Exercices corrigés pas à pas, sur la page de la compétence.

galilee.ac/V/T19-4



La fiche de cours

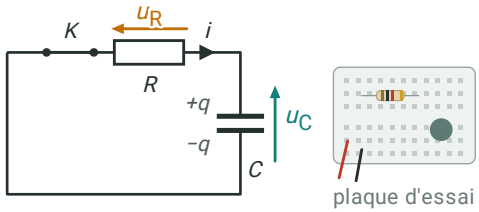
Tout le chapitre sur une page.

galilee.ac/F/circuits-rc

Exercice 1

Les trois lois pendant la décharge

Un condensateur chargé, de capacité $C = 470\ \mu\text{F}$, se décharge dans un conducteur ohmique de résistance $R = 2{,}2\ \text{k}\Omega$; la maille ne contient aucune source. Avec les flèches du schéma, $u_\text{R} = R \times i$ et $i = C \times \dfrac{\text{d}u_\text{C}}{\text{d}t}$. À un instant de la décharge, $u_\text{C} = 5{,}2\ \text{V}$.



1) Calculer la tension u_R à cet instant, avec son signe.

2) Calculer l'intensité i à cet instant, avec son signe.

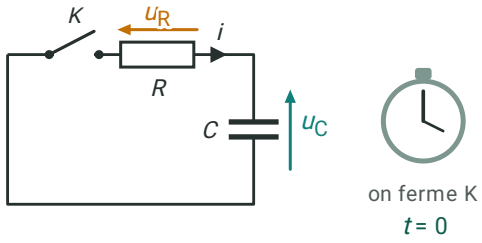
3) Calculer la valeur de $\dfrac{\text{d}u_\text{C}}{\text{d}t}$ à cet instant, avec son signe.

4) Dans quel sens le courant circule-t-il réellement par rapport à la flèche i ?

Exercice 2

Établir l'équation de la décharge

Un condensateur de capacité C, chargé sous la tension E, se décharge à partir de l'instant initial dans un conducteur ohmique de résistance R. Avec les flèches du schéma, $u_{\mathrm{R}} = R \times i$ et $i = C \times \dfrac{\mathrm{d}u_{\mathrm{C}}}{\mathrm{d}t}$.



1) Écrire la loi des mailles.

2) Établir l'équation différentielle sous la forme $\dfrac{\mathrm{d}u_{\mathrm{C}}}{\mathrm{d}t} + a \times u_{\mathrm{C}} = 0$ et exprimer a en fonction de R et C.

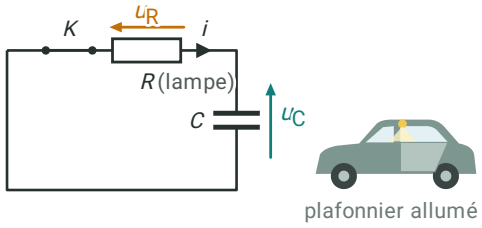
3) À l'instant initial, $u_{\mathrm{C}} = E$. Exprimer $\dfrac{\mathrm{d}u_{\mathrm{C}}}{\mathrm{d}t}$ à cet instant et en déduire le sens de variation de u_{C}.

4) Calculer le temps caractéristique $\tau = R\,C$ pour $R = 10\ \mathrm{k\Omega}$ et $C = 220\ \mu\mathrm{F}$.

Exercice 3

Type bac : le plafonnier qui s'éteint doucement

Quand on ferme la portière d'une voiture, le plafonnier ne s'éteint pas tout de suite : un condensateur de capacité $C = 0{,}22\ \mathrm{F}$, chargé sous $E = 12\ \mathrm{V}$, se décharge dans la lampe, modélisée par un conducteur ohmique de résistance $R = 100\ \Omega$. Avec les flèches du schéma, $u_{\mathrm{R}} = R \times i$ et $i = C \times \dfrac{\mathrm{d}u_{\mathrm{C}}}{\mathrm{d}t}$.



1) Établir l'équation différentielle vérifiée par la tension u_{C} du condensateur.

2) Calculer le temps caractéristique $\tau = R\,C$ de la décharge.

3) Calculer l'intensité i à l'instant où la portière se ferme, avec son signe.

4) La lampe ne brille plus quand l'intensité du courant qui la traverse descend à $80\ \mathrm{mA}$ en valeur absolue. Calculer la tension u_{C} à cet instant.

Établir l'équation différentielle de la décharge d'un condensateur

Exercice 1 Les trois lois pendant la décharge

1) Loi des mailles sans source : $u_R + u_C = 0$, donc $u_R = -u_C = -5{,}2\ \text{V}$.

$$\boxed{u_R = -5{,}2\ \text{V}}$$

2) Loi d'Ohm, avec $R = 2{,}2 \times 10^3\ \Omega$:

$$i = \frac{u_R}{R} = \frac{-5{,}2}{2{,}2 \times 10^3}$$

$$\boxed{i \approx -2{,}36 \times 10^{-3}\ \text{A}}$$

3) $i = C \times \dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$, avec $C = 470 \times 10^{-6}\ \text{F}$:

$$\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} = \frac{i}{C} = \frac{-2{,}36 \times 10^{-3}}{470 \times 10^{-6}}$$

$$\boxed{\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} \approx -5{,}0\ \text{V} \cdot \text{s}^{-1}}$$

4) L'intensité est négative : le courant circule dans le sens opposé à la flèche. La dérivée est négative aussi : la tension du condensateur diminue.

$$\boxed{\text{dans le sens opposé à la flèche } i}$$

Exercice 2 Établir l'équation de la décharge

1) Il n'y a pas de source dans la maille : $u_R + u_C = 0$.

$$\boxed{u_R + u_C = 0}$$

2) On remplace u_R par $R\,i$, puis i par $C \times \dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$, et on divise chaque terme par $R\,C$:

$$R\,C \times \frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + u_C = 0$$

$$\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + \frac{u_C}{R\,C} = 0$$

Donc $a = \dfrac{1}{R\,C}$.

$$\boxed{a = \frac{1}{R\,C}}$$

3) $\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} = -\dfrac{u_C}{R\,C}$; à l'instant initial $u_C = E$, donc $\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} = -\dfrac{E}{R\,C}$. Elle est négative : la tension diminue.

$$\boxed{\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} = -\frac{E}{R\,C}}$$

4) $R = 10 \times 10^3\ \Omega$ et $C = 220 \times 10^{-6}\ \text{F}$:

$$\tau = 10 \times 10^3 \times 220 \times 10^{-6}$$

$$\boxed{\tau = 2{,}2\ \text{s}}$$

Exercice 3 Type bac : le plafonnier qui s'éteint doucement

1) $u_\mathrm{R} + u_\mathrm{C} = 0$, $u_\mathrm{R} = R\,i$ et $i = C \times \dfrac{\mathrm{d}u_\mathrm{C}}{\mathrm{d}t}$: $R\,C \times \dfrac{\mathrm{d}u_\mathrm{C}}{\mathrm{d}t} + u_\mathrm{C} = 0$, soit $\dfrac{\mathrm{d}u_\mathrm{C}}{\mathrm{d}t} + \dfrac{u_\mathrm{C}}{R\,C} = 0$. Il n'y a pas de source dans la maille : le second membre est nul.

$$\boxed{\frac{\mathrm{d}u_\mathrm{C}}{\mathrm{d}t} + \frac{u_\mathrm{C}}{R\,C} = 0}$$

2) $\tau = R\,C$:

$\tau = 100 \times 0{,}22$

$$\boxed{\tau = 22\ \mathrm{s}}$$

3) À cet instant $u_\mathrm{C} = E$, donc $u_\mathrm{R} = -E$ et $i = -\dfrac{E}{R}$:

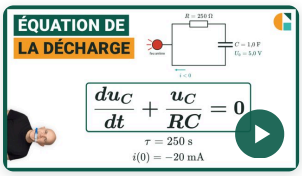
$i = -\dfrac{12}{100}$

$$\boxed{i = -0{,}12\ \mathrm{A}}$$

4) Le courant circule dans le sens opposé à la flèche : $i = -80 \times 10^{-3}$ A. Alors $u_\mathrm{C} = -u_\mathrm{R} = -R\,i$:

$u_\mathrm{C} = 100 \times 80 \times 10^{-3}$

$$\boxed{u_\mathrm{C} = 8{,}0\ \mathrm{V}}$$



Vidéo du cours et deux exercices gratuits supplémentaires !

Exercices corrigés pas à pas, sur la page de la compétence.

galilee.ac/V/T19-4

Équation différentielle de la décharge RC : exercices PDF (Terminale spécialité physique-chimie). Établir l'équation différentielle de la décharge d'un condensateur dans un conducteur ohmique : sans source dans la maille, la somme des tensions est nulle ; avec la loi d'Ohm et la relation entre intensité et dérivée de la tension, on obtient une équation de second membre nul, et le signe négatif de l'intensité montre que le courant circule à l'inverse de la flèche. Méthode en vidéo et exercices interactifs corrigés sur galilee.ac.