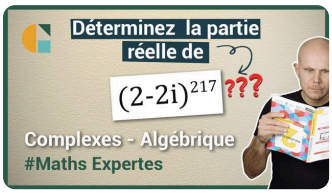
# Formule de Moivre et puissances de complexes

Exercices corrigés PDF · Terminale




**Le cours en vidéo**

et les exercices en version interactive, corrigés pas à pas.

Vidéo et exercices

## Exercice 1

Soit $x$ un nombre réel. À l'aide de la formule de Moivre, écrire $(\cos x + \mathrm{i}\sin x)^{740}$ sous la forme $\cos(\alpha) + \mathrm{i}\sin(\alpha)$.

Corrigé interactif

## Exercice 2

Soit $z = (1+\mathrm{i})^{2001}$.

**1)** Écrire $1+\mathrm{i}$ sous forme trigonométrique.

**2)** En déduire la partie réelle de $z$ sous la forme la plus simple possible.

Corrigé interactif

## Exercice 3

Déterminer, sous la forme la plus simple possible, la partie imaginaire de $z = \left(1+\mathrm{i}\quad 3\right)^{961}$.

Corrigé interactif

## Exercice 4

Déterminer, sous la forme la plus simple possible, la partie réelle de $z = \left(\quad 3+\mathrm{i}\right)^{1921}$.

Corrigé interactif

**Formule de Moivre : exercices corrigés PDF (Terminale).** La formule de Moivre, (cos x + i sin x)^n = cos(nx) + i sin(nx), permet de calculer de grandes puissances de nombres complexes après passage à la forme trigonométrique. Elle sert aussi de point de départ à la linéarisation des expressions trigonométriques. Cours en vidéo et exercices interactifs corrigés sur galilee.ac.

## Exercice 1

D'après la formule de Moivre, pour tout entier $n$, $(\cos x + \mathrm{i}\sin x)^n = \cos(nx) + \mathrm{i}\sin(nx)$, donc $\boxed{(\cos x + \mathrm{i}\sin x)^{740} = \cos(740x) + \mathrm{i}\sin(740x)}$.

## Exercice 2

**1)** $|1+\mathrm{i}| = \quad 1^2+1^2 = \quad 2$ et $1+\mathrm{i} = \quad 2\left(\frac{2}{2}+\frac{2}{2}\mathrm{i}\right)$, donc $\boxed{1+\mathrm{i} = \quad 2\left(\cos\frac{\pi}{4}+\mathrm{i}\sin\frac{\pi}{4}\right)}$.

**2)** D'après la formule de Moivre : $z = \quad 2^{2001}\left(\cos\frac{2001\pi}{4}+\mathrm{i}\sin\frac{2001\pi}{4}\right)$.

Or $\frac{2001\pi}{4} = 500\pi + \frac{\pi}{4} = 250\times 2\pi + \frac{\pi}{4}$, donc

$z = \quad 2^{2001}\left(\frac{2}{2}+\frac{2}{2}\mathrm{i}\right) = \quad 2^{2000}(1+\mathrm{i}) = 2^{1000}+2^{1000}\mathrm{i}$.

$\boxed{\mathrm{Re}(z) = 2^{1000}}$.

## Exercice 3

$|1+\mathrm{i}\quad 3| = \quad 1+3 = 2$, donc $1+\mathrm{i}\quad 3 = 2\left(\frac{1}{2}+\frac{3}{2}\mathrm{i}\right) = 2\left(\cos\frac{\pi}{3}+\mathrm{i}\sin\frac{\pi}{3}\right)$.

D'après la formule de Moivre : $z = 2^{961}\left(\cos\frac{961\pi}{3}+\mathrm{i}\sin\frac{961\pi}{3}\right)$.

Or $\frac{961\pi}{3} = 160\times 2\pi + \frac{\pi}{3}$, donc

$z = 2^{961}\left(\frac{1}{2}+\frac{3}{2}\mathrm{i}\right) = 2^{960}+2^{960}\quad 3\,\mathrm{i}$.

$\boxed{\mathrm{Im}(z) = 2^{960}\quad 3}$.

## Exercice 4

$|\quad 3+\mathrm{i}| = \quad 3+1 = 2$, donc $\quad 3+\mathrm{i} = 2\left(\frac{3}{2}+\frac{1}{2}\mathrm{i}\right) = 2\left(\cos\frac{\pi}{6}+\mathrm{i}\sin\frac{\pi}{6}\right)$.

D'après la formule de Moivre : $z = 2^{1921}\left(\cos\frac{1921\pi}{6}+\mathrm{i}\sin\frac{1921\pi}{6}\right)$.

Or $\frac{1921\pi}{6} = 160\times 2\pi + \frac{\pi}{6}$, donc

$z = 2^{1921}\left(\frac{3}{2}+\frac{1}{2}\mathrm{i}\right) = 2^{1920}\quad 3+2^{1920}\mathrm{i}$.

$\boxed{\mathrm{Re}(z) = 2^{1920}\quad 3}$.