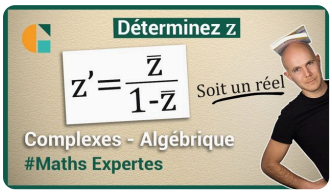
Trouver x et y pour que Z soit réel

Exercices corrigés PDF · Terminale (maths expertes)



Le cours en vidéo

et les exercices en version interactive, corrigés pas à pas.

Vidéo et exercices

Exercice 1

Soit $z = x + \mathrm{i}y$ avec x et y réels, $(x\,;y) \neq (6\,;0)$. On pose $Z' = \dfrac{z+2\mathrm{i}}{z-6}$.

1) Écrire Z' sous forme algébrique en fonction de x et y.

2) En déduire une condition nécessaire et suffisante sur x et y pour que Z' soit réel.

3) Quel est l'ensemble des points $M(x\,;y)$ correspondants ?

Corrigé interactif

Exercice 2

Soit $z = x + \mathrm{i}y$ avec x et y réels, $(x\,;y) \neq (0\,;6)$. On pose $Z' = \dfrac{\overline{z}-2}{\overline{z}+6\mathrm{i}}$.

1) Écrire Z' sous forme algébrique en fonction de x et y.

2) En déduire une condition nécessaire et suffisante sur x et y pour que Z' soit réel.

3) Quel est l'ensemble des points $M(x\,;y)$ correspondants ?

Corrigé interactif

Exercice 3

Soit $z = x + \mathrm{i}y$ avec x et y réels, $(x\,;y) \neq (0\,;2)$. On pose $Z' = \dfrac{6z}{2-\mathrm{i}\overline{z}}$.

1) Écrire Z' sous forme algébrique en fonction de x et y.

2) En déduire une condition nécessaire et suffisante sur x et y pour que Z' soit réel.

Corrigé interactif

Exercice 4 🌶🌶🌶

Soit $z = x + \mathrm{i}y$ avec x et y réels, $(x\,;y) \neq (2\,;0)$. On pose $Z' = \dfrac{\mathrm{i}\,\overline{z}}{2 - \overline{z}}$.

1) Écrire Z' sous forme algébrique en fonction de x et y.

2) En déduire une condition nécessaire et suffisante sur x et y pour que Z' soit réel.

3) Montrer que l'ensemble des points $M(x\,;y)$ correspondants est un cercle privé d'un point ; préciser son centre et son rayon.

Corrigé interactif

Trouver x et y pour que Z soit réel

Corrigé détaillé

Exercice 1

1) $Z' = \dfrac{x+\mathrm{i}(y+2)}{(x-6)+\mathrm{i}y} = \dfrac{\big(x+\mathrm{i}(y+2)\big)\big((x-6)-\mathrm{i}y\big)}{(x-6)^2+y^2} = \dfrac{x^2-6x+y^2+2y}{(x-6)^2+y^2} + \mathrm{i}\,\dfrac{2x-6y-12}{(x-6)^2+y^2}.$

2) $Z' \in \mathbb{R} \iff 2x-6y-12=0 \iff \boxed{x-3y-6=0}$

3) La droite d'équation $x-3y-6=0$ privée du point $(6\,;0)$.

Exercice 2

1) $Z' = \dfrac{(x-2)-\mathrm{i}y}{x+\mathrm{i}(6-y)} = \dfrac{\big((x-2)-\mathrm{i}y\big)\big(x-\mathrm{i}(6-y)\big)}{x^2+(6-y)^2} = \dfrac{x^2-2x+y^2-6y}{x^2+(6-y)^2} + \mathrm{i}\,\dfrac{12-6x-2y}{x^2+(6-y)^2}.$

2) $Z' \in \mathbb{R} \iff 12-6x-2y=0 \iff \boxed{3x+y-6=0}$

3) La droite d'équation $y=-3x+6$ privée du point $(0\,;6)$.

Exercice 3

1) $2-\mathrm{i}(x-\mathrm{i}y) = (2-y)-\mathrm{i}x$, donc $Z' = \dfrac{6(x+\mathrm{i}y)\big((2-y)+\mathrm{i}x\big)}{(2-y)^2+x^2} = \dfrac{12x-12xy}{(2-y)^2+x^2} + \mathrm{i}\,\dfrac{6x^2-6y^2+12y}{(2-y)^2+x^2}.$

2) $Z' \in \mathbb{R} \iff 6x^2-6y^2+12y=0 \iff \boxed{x^2-y^2+2y=0}$

Exercice 4

1) $\mathrm{i}(x-\mathrm{i}y) = y+\mathrm{i}x$ et $2-\overline{z} = (2-x)+\mathrm{i}y$, donc

$Z' = \dfrac{(y+\mathrm{i}x)\big((2-x)-\mathrm{i}y\big)}{(2-x)^2+y^2} = \dfrac{2y}{(2-x)^2+y^2} + \mathrm{i}\,\dfrac{2x-x^2-y^2}{(2-x)^2+y^2}.$

2) $Z' \in \mathbb{R} \iff \boxed{x^2+y^2-2x=0}$

3) $x^2-2x+y^2=0 \iff (x-1)^2+y^2=1$: cercle de centre $\boxed{\Omega(1\,;0)}$ et de rayon $\boxed{1}$, privé du point $(2\,;0)$.

Condition pour qu'un complexe soit réel : exercices corrigés PDF (Terminale (maths expertes)). Pour qu'un nombre complexe soit réel, sa partie imaginaire doit être nulle : on écrit z = x + iy, on multiplie par le conjugué du dénominateur, puis on traduit la condition sur x et y. Ces exercices corrigés sur les complexes mènent souvent à une droite ou à un cercle. Cours en vidéo et exercices interactifs corrigés sur galilee.ac.