Divisibilité avec un tableau de congruence

Exercices corrigés PDF · Terminale



Le cours en vidéo

et les exercices en version interactive, corrigés pas à pas.

Vidéo et exercices

Exercice 1

Déterminer, à l'aide d'un tableau de congruence, les entiers naturels n tels que $n^2 - 2n$ soit divisible par 7.

Corrigé interactif

Exercice 2

Montrer, à l'aide d'un tableau de congruence modulo 6, que $n(n+1)(2n+1)$ est divisible par 6 pour tout entier naturel n.

Corrigé interactif

Exercice 3

Déterminer les entiers naturels n tels que $n^2 + 4$ soit divisible par 5.

Corrigé interactif

Exercice 4

On cherche les entiers naturels n tels que $4 \times 4^n + 2$ soit divisible par 11.

1) Calculer les restes de 4^n modulo 11 pour $n \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$. Que constate-t-on ?

2) En déduire les restes de $4 \times 4^n + 2$ modulo 11.

3) Conclure.

Corrigé interactif

Exercice 5 🌶🌶

Vérifier à l'aide d'un tableau de congruence que $n^5 \equiv n\ [5]$ pour tout entier n.

Corrigé interactif

Exercice 6 🌶🌶🌶

On cherche les entiers naturels n tels que $3^n + 7^n$ soit divisible par 5.

1) Calculer les restes de 3^n, de 7^n et de $3^n + 7^n$ modulo 5 pour $n \in \{0, 1, 2, 3\}$.

2) Justifier que ces restes sont périodiques et conclure.

Corrigé interactif

Exercice 1

$n \equiv$	0	1	2	3	4	5	6
$n^2 - 2n \equiv$	0	6	0	3	1	1	3

Le reste est nul pour $n \equiv 0$ et $n \equiv 2\ [7]$: $n = 7k$ ou $n = 7k + 2$, $k \in \mathbb{N}$

Exercice 2

$n \equiv$	0	1	2	3	4	5
$n(n+1)(2n+1) \equiv$	0	0	0	0	0	0

Par exemple pour $n \equiv 2$: $2 \times 3 \times 5 = 30 \equiv 0$. Le reste est nul dans les six cas : $6 \mid n(n+1)(2n+1)$ pour tout n

Exercice 3

$n \equiv$	0	1	2	3	4
$n^2 + 4 \equiv$	4	0	3	3	0

$n \equiv 1$ ou $n \equiv 4\ [5]$

Exercice 4

1)

n	0	1	2	3	4	5
4^n **mod** 11	1	4	5	9	3	1

$4^5 \equiv 1\ [11]$: les restes se répètent avec la période 5

2)

$n \equiv\ [5]$	0	1	2	3	4
$4 \times 4^n + 2 \equiv$	6	7	0	5	3

3) $n \equiv 2\ [5]$

Exercice 5

$n \equiv$	0	1	2	3	4
$n^5 \equiv$	0	1	2	3	4

Par exemple $2^5 = 32 \equiv 2$, $3^5 = 243 \equiv 3$, $4^5 = 1024 \equiv 4$. Dans chaque cas : $n^5 \equiv n\ [5]$

Exercice 6

1)

n	0	1	2	3
3^n	1	3	4	2
7^n	1	2	4	3
3^n+7^n	2	0	3	0

2) $3^4=81\equiv 1$ et $7^4\equiv 2^4=16\equiv 1\ [5]$: période 4. Le reste est nul pour $n\equiv 1$ et $n\equiv 3\ [4]$, c'est-à-dire $\boxed{n \text{ impair}}$

Tableau de congruence et divisibilité : exercices corrigés PDF (Terminale). Comment utiliser un tableau de congruence ? On liste les restes possibles de n modulo m, on calcule le reste de l'expression dans chaque cas, puis on repère où il est nul. Ces exercices corrigés montrent qu'un nombre est multiple d'un entier avec un tableau des restes. Cours en vidéo et exercices interactifs corrigés sur galilee.ac.