# Récurrence et divisibilité

Exercices corrigés PDF · Terminale




**Le cours en vidéo**

et les exercices en version interactive, corrigés pas à pas.

Vidéo et exercices

## Exercice 1

Démontrer par récurrence que, pour tout entier naturel $n$, $13^n + 11$ est divisible par $12$.

Corrigé interactif

## Exercice 2

Démontrer par récurrence que, pour tout entier $n \geqslant 1$, $8^n - 3^n$ est divisible par $5$.

Corrigé interactif

## Exercice 3

Démontrer par récurrence que, pour tout entier naturel $n$, $9^n - 1$ est divisible par $8$.

Corrigé interactif

## Exercice 4

Pour tout entier naturel $n$, on pose $u_n = 3^{2n+1} + 4^{2n+1}$.

**1)** Montrer que $u_{n+1} = 9u_n + 7 \times 4^{2n+1}$.

**2)** En déduire par récurrence que $u_n$ est divisible par $7$ pour tout $n$.

Corrigé interactif

## Exercice 5

Pour tout entier naturel $n$, on pose $u_n = 10^n + 9n - 1$.

**1)** Calculer $u_{n+1} - 10u_n$ en fonction de $n$.

**2)** En déduire par récurrence que $u_n$ est divisible par $9$ pour tout $n$.

Corrigé interactif

## Exercice 6

Pour tout entier naturel $n$, on pose $u_n = 3^{2n+1} + 2^{4n+2}$.

**1)** Calculer $u_0$.

**2)** Montrer que $u_{n+1} = 9u_n + 7 \times 2^{4n+2}$.

**3)** Démontrer par récurrence que $u_n$ est divisible par $7$ pour tout $n$.

**4)** Calculer $u_2$ et vérifier le résultat.

Corrigé interactif

**Récurrence et divisibilité : exercices corrigés PDF (Terminale).** Comment montrer par récurrence qu'une expression est divisible par un entier ? Dans l'hérédité, on exprime le terme de rang n+1 en fonction de celui de rang n, puis on met l'entier en facteur. Ces exercices corrigés détaillent l'initialisation, l'hérédité et la conclusion. Cours en vidéo et exercices interactifs corrigés sur galilee.ac.

## Exercice 1

**Initialisation.** $13^0 + 11 = 12 = 12 \times 1$.

**Hérédité.** Supposons $13^n + 11 = 12k$, $k \in \mathbb{Z}$. Alors
$13^{n+1} + 11 = 13(13^n + 11) - 143 + 11 = 13 \times 12k - 132 = 12(13k - 11)$, divisible par 12.

**Conclusion.** $\boxed{12 \mid 13^n + 11 \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}}$

---

## Exercice 2

**Initialisation.** $8^1 - 3^1 = 5 = 5 \times 1$.

**Hérédité.** Supposons $8^n - 3^n = 5k$. Alors
$8^{n+1} - 3^{n+1} = 8(8^n - 3^n) + 8 \times 3^n - 3 \times 3^n = 8 \times 5k + 5 \times 3^n = 5(8k + 3^n)$.

**Conclusion.** $\boxed{5 \mid 8^n - 3^n \text{ pour tout } n \geqslant 1}$

---

## Exercice 3

**Initialisation.** $9^0 - 1 = 0 = 8 \times 0$.

**Hérédité.** Supposons $9^n - 1 = 8k$. Alors $9^{n+1} - 1 = 9(9^n - 1) + 9 - 1 = 9 \times 8k + 8 = 8(9k + 1)$.

**Conclusion.** $\boxed{8 \mid 9^n - 1 \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}}$

---

## Exercice 4

**1)** $u_{n+1} = 3^{2n+3} + 4^{2n+3} = 9 \times 3^{2n+1} + 16 \times 4^{2n+1} = 9\left(3^{2n+1} + 4^{2n+1}\right) + 7 \times 4^{2n+1}$, donc $\boxed{u_{n+1} = 9u_n + 7 \times 4^{2n+1}}$

**2)** Initialisation : $u_0 = 3 + 4 = 7$. Hérédité : si $u_n = 7k$, alors $u_{n+1} = 7\left(9k + 4^{2n+1}\right)$. Conclusion : $\boxed{7 \mid u_n \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}}$

---

## Exercice 5

**1)** $u_{n+1} - 10u_n = 10^{n+1} + 9n + 8 - 10^{n+1} - 90n + 10 = \boxed{18 - 81n}$

**2)** $18 - 81n = 9(2 - 9n)$. Initialisation : $u_0 = 1 + 0 - 1 = 0$, divisible par 9. Hérédité : si $u_n = 9k$, alors $u_{n+1} = 10 \times 9k + 9(2 - 9n) = 9(10k + 2 - 9n)$. Conclusion : $\boxed{9 \mid u_n \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}}$

---

## Exercice 6

**1)** $u_0 = 3 + 4 = \boxed{7}$

**2)** $u_{n+1} = 3^{2n+3} + 2^{4n+6} = 9 \times 3^{2n+1} + 16 \times 2^{4n+2} = 9u_n + (16 - 9) \times 2^{4n+2}$, d'où $\boxed{u_{n+1} = 9u_n + 7 \times 2^{4n+2}}$

**3)** Initialisation : $u_0 = 7$. Hérédité : si $u_n = 7k$, alors $u_{n+1} = 7\left(9k + 2^{4n+2}\right)$. Conclusion : $\boxed{7 \mid u_n \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}}$

**4)** $u_2 = 3^5 + 2^{10} = 243 + 1024 = 1267 = \boxed{7 \times 181}$