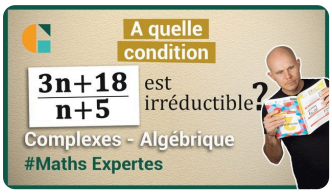
Montrer qu'une fraction est irréductible

Exercices corrigés PDF · Terminale



Le cours en vidéo

et les exercices en version interactive, corrigés pas à pas.

Vidéo et exercices

Exercice 1

n est un entier naturel. On étudie la fraction $\dfrac{2n+9}{n+2}$.

1) Montrer que $\text{PGCD}(2n+9\,;n+2) = \text{PGCD}(n+2\,;5)$.

2) En déduire les valeurs de n pour lesquelles la fraction est réductible.

Corrigé interactif

Exercice 2

n est un entier naturel. On étudie $\dfrac{5n+2}{n+2}$.

1) Calculer $5(n+2)-(5n+2)$.

2) Déterminer les valeurs de n pour lesquelles la fraction est irréductible.

Corrigé interactif

Exercice 3

Déterminer les entiers naturels $n > 1$ pour lesquels $\dfrac{n+11}{n-1}$ est un entier.

Corrigé interactif

Exercice 4

Montrer que, pour tout entier naturel n, la fraction $\dfrac{2n+3}{n+1}$ est irréductible.

Corrigé interactif

Exercice 5

n est un entier naturel. On étudie $\dfrac{n^2+3}{n+1}$.

1) Montrer que $n^2+3=(n-1)(n+1)+4$.

2) En déduire les valeurs de n pour lesquelles la fraction est irréductible.

Corrigé interactif

Exercice 6

n est un entier naturel. On étudie $\dfrac{n^2+4n+11}{n+2}$.

1) Montrer que $n^2+4n+11=(n+2)^2+7$.

2) En déduire les valeurs de n pour lesquelles la fraction est réductible.

3) La fraction se simplifie-t-elle pour $n=9$? Pour $n=5$?

Corrigé interactif

Montrer qu'une fraction est irréductible

Corrigé détaillé

Exercice 1

1) $(2n+9)-2(n+2)=5$, et $\mathrm{PGCD}(a\,;b)=\mathrm{PGCD}(b\,;a-2b)$, donc $\boxed{\mathrm{PGCD}(2n+9\,;n+2)=\mathrm{PGCD}(n+2\,;5)}$

2) 5 est premier : le PGCD vaut 5 si $5 \mid n+2$, et 1 sinon. Réductible si et seulement si $\boxed{n \equiv 3\ [5]}$

Exercice 2

1) $5(n+2)-(5n+2)=\boxed{8}$

2) Le PGCD d divise $8=2^3$: $d \neq 1 \iff 2 \mid d \iff n+2$ et $5n+2$ pairs $\iff n$ pair. La fraction est irréductible si et seulement si $\boxed{n \text{ est impair}}$

Exercice 3

$n-1 \mid n+11 \iff n-1 \mid (n+11)-(n-1)=12$. Avec $n-1 \geqslant 1$: $n-1 \in \{1,2,3,4,6,12\}$.

$\boxed{n \in \{2\,;3\,;4\,;5\,;7\,;13\}}$

Exercice 4

$(2n+3)-2(n+1)=1$. Tout diviseur commun à $2n+3$ et $n+1$ divise 1, donc $\boxed{\mathrm{PGCD}(2n+3\,;n+1)=1}$ pour tout n : la fraction est toujours irréductible.

Exercice 5

1) $(n-1)(n+1)+4=n^2-1+4=\boxed{n^2+3}$

2) $\mathrm{PGCD}(n^2+3\,;n+1)=\mathrm{PGCD}(n+1\,;4)$, qui vaut 1 si et seulement si $n+1$ est impair. Irréductible si et seulement si $\boxed{n \text{ est pair}}$

Exercice 6

1) $(n+2)^2+7=n^2+4n+4+7=\boxed{n^2+4n+11}$

2) $\mathrm{PGCD}(n^2+4n+11\,;n+2)=\mathrm{PGCD}(n+2\,;7)$; 7 est premier, donc réductible si et seulement si $7 \mid n+2$, soit $\boxed{n \equiv 5\ [7]}$

3) $n=9$: $\dfrac{128}{11}$, $9 \equiv 2\ [7]$: $\boxed{\text{irréductible}}$. $n=5$: $\dfrac{56}{7}=8$: $\boxed{\text{se simplifie par 7}}$

Montrer qu'une fraction est irréductible : exercices corrigés PDF (Terminale). Comment montrer qu'une fraction est irréductible ? On calcule le PGCD du numérateur et du dénominateur en retranchant un multiple de l'un à l'autre : PGCD(a ; b) = PGCD(b ; a − kb). Ces exercices corrigés déterminent pour quels entiers n une fraction est irréductible ou entière. Cours en vidéo et exercices interactifs corrigés sur galilee.ac.